The Universe and the Teacup

The Mathematics of Truth and Beauty

数学与头脑相遇的地方

◉ By K.C.Cole

◉ 丘宏义 译

长春出版社

贝塔斯曼亚洲出版公司





柯尔(K.C.Cole)

《洛杉矶时报》科学作家，1995年获得美国物理学会颁发的最佳科学写作奖，现定居加州。著有《数学与头脑相遇的地方》(The Universe and the Teacup)、《物理与头脑相遇的地方》(First You Build a Cloud)。

丘宏义

台湾大学物理系毕业，美国康乃尔大学物理学博士。译作有《预约新宇宙》、《亿万又亿万》、《时间旅行与老爸乔的烟斗》、《[illegible]》、《数学与头脑相遇的地方》、《物理与头脑相遇的地方》。

责任编辑 [illegible] 封面设计 [illegible]



ISBN 7-80664-330-3/O·189 定价：19.50元

The Universe and the Teacup

The Mathematics of Truth and Beauty

数学与头脑相遇的地方

◉ By K.C.Cole

◉ 丘宏义 译



长春出版社

贝塔斯曼亚洲出版公司

图书在版编目(CIP)数据

数学与头脑相遇的地方/(美)柯尔(K. C. Cole)著;丘宏义译.—长春:长春出版社,2002.3
ISBN 7-80664-330-3

Ⅰ.数... Ⅱ.①科...②丘... Ⅲ.数学-普及读物
Ⅳ.01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第010901号

责任编辑:羽佳　　　封面设计:大熊　夏季风

长春出版社出版
(长春市建设街43号)
(邮编130061　电话8569938)
长春市正泰印务公司制版
长春第二新华印刷有限责任公司印刷
全国新华书店经销
880毫米×1230毫米　32开本　8.625印张　179千字
2002年4月第1版　2002年4月第1次印刷
印数:1-10000册　定价:19.50元



导读　数学和人生问题及哲学

丘宏义

数学已经走进了尘世中的社会学、伦理学、哲学及其他的领域。

人之初，性本善？人之初，性本恶？数学能否解决这问题？

“我最恨数学了，都是数字。”这是一句常听到的话。可是从来没有人说过：“我最恨钱了，都是数字。”有这么一个人的话，可以给他或她一个芝诺奖或墨子奖，奖品是一个代替衣著的木桶及一个面包袋①。

数字不是坏东西，端看它在哪里出现。如果在老师发下的习题中有数字，而且很多，那么——哼的怨声就出来了。如果是在钞票或支票上，数字则愈多愈好（假定没有通货膨胀）。

① 译注：芝诺（Zeno）是希腊哲学家，创坚忍主义者，穿一木桶，身外长物为一个装面包的布袋。战国时代的墨子是类似芝诺的人物，也创类似坚忍主义的哲学。

可是每个人都逃不出数字的"魔"掌（这个"魔"是魔力的魔）。你几岁？今天是什么日子？老板给我的薪水有多少？做这一笔生意，可以赚多少钱？连印我写的这篇序的天下远见出版公司，也要按斤两计算这序有若干字。要竞选的人一定要去问，民意调查给我百分之几？财政部要问，税收若干，支出若干，有否赤字？用信用卡的朋友最好要注意一下帐单上的数字。

这些都是冰山浮出水面的一小点而已。数学用到数字，可是它的范畴远在数字之外。本书第十四章提到的、被誉为本世纪最杰出的抽象代数学家诺塞，她对计算一点都不感到兴趣，而且她和这些平平凡凡的计算隔阂之远，使得人们把她研究的数学称为"数学神学"（为数学而数学的数学）。她只对广泛的一般性真理，如不变性、守恒律等之间的逻辑关系有兴趣。如果有人向我说，她不能把她的支票帐户的收支加起来看看损益若干，我一点不会感到奇怪。就像要抽象大画家毕加索去画街头人像一样地不行。（其实毕加索的古典画艺高极了。）

数学为什么令人反感？

人为什么对自己创出的、人的文化中屈指可数的几个精华之一的数学，这么起反感？本书给出几位专家的原因。一个原因是，人脑是在穴居时、渔猎社会中演化发展出来的。生活里最重要的是安全及食物。人类进步到了有了农业，开始把剩余的东西拿去交易时，才开始有数字的观念。原始生活很简单，十根手指再加上十根脚趾大约就够用了。只有一些古怪的人才会去想到更大

的数目，这些大数目是在手指和脚趾的数目以外的。难怪大数目是违反我们天性的。到了现在，数字已经成为社会中心骨干的一部分了，可是我们的基因演化得太慢，赶不上。也许这就是许多人不喜欢数字的原因。

可是，人类最不行的远不是数字，而是区别大数字的观念。如本书所说，"人对大数目不在行"这个习性也许也来自演化过程。请想一下，我们居住的自然环境真的可以说是非常不良的。以光为例，白天的日光比晚上无月时的星光，强度相差了百万数量级以上的倍数。声音呢？与在森林中行猎时必须听辨出的、猎物在落叶上走动时发出的飕飕声相比，雷声的强度要大上百万数量级的倍数。而我们非但能在白天看到东西，而且可以只依赖星光走路[①]。我们能听到雷声，也能听到极细微的飕飕声——对穴居、渔猎的人来说，听不到就要饿肚子了，或变成猛兽的餐食。

没有一台照相机能照出这么广阔光度的景色，没有一个麦克风能听录到这么广阔范畴的声音。可是我们几乎每一个人都能看到或听到。这些利器都长在我们身上，多方便，而且不费分文（如果不算父母养育的精力）。

我们之有这个能看到或听到极强和极弱的光或声的能力，乃因我们感官的反应是对数型的，即讯号（光或声）强十倍，我们只觉得强一倍而已。白天的日光和夜晚的星光对我们的感官来说，只差十来倍而已。刚发明电话的时候，贝尔（Alexander. G. Bell，1847－1922）先生大感吃惊，因为仪表上示出的声音强度大了十倍，他

① 译注：现今必须到没有灯火的地方，如玉山上，才能看到没有月亮的晚上的星光能把景色照得有多亮。

只觉得大一倍而已。于是贝尔先生后来发明了现在通用的声音响度的贝尔标度，每一“贝尔”的差为十倍。后来把贝尔再分十，成为分贝。

记得有这么一个笑话，说纽约林肯中心的音乐厅刚造好的时候，音响的效果不良，在某频率区吸收太强。工程师做的测量是音响效果差了十个分贝（一贝尔）。有一位林肯中心建造委员会的委员（想来不是科学家）建议一个快速的弥补方法：增加演奏家的数目。于是工程师作一计算，乐队中本来有十来位提琴家，如果要增加十分贝的音响，就必须把这十来位提琴家的数目增加到一百余位了。

感官的这种对外界讯号的对数式（或指数式、幂数式）反应，对我们及其他动物非常奇妙而合用，帮助我们与其他生物在地球上的“不良环境”中生存及演化。可是，唉，有一利必有一弊。如本书第二章所说的，就因为如此，我们对大数目的感受实在不行。举例来说，每个人都有钱不够用的感觉，可是如果给你十倍的钱，毫无疑问的，你更能支配应用——你要一件新衣、一辆新车，搬去一幢更理想的屋子等等。可是给了一百倍，就有点不知所措了——吃的方面花的有限（吃太多会变胖，就要减肥，更糟），在住的上面能花的也有限，去买游艇等花的钱也有限，正当旅游玩乐用的也有限（色情场所及赌场例外）。原因很简单，每一个人每天除了睡觉以外，只有十来小时的时间去享受，时间不够。给了一千倍，就干脆放在银行算了。

大数字的迷思

在20世纪60年代，一位经济学家巴金生（C. N. Parkinson，1909－1993）写一本叫做《巴金生定律》的讽刺书，就提到这一点。书中写一家英国大公司要投很大的资金（60年代的亿级美元）去造一座核能发电厂，可是只花了五分钟时间去讨论。没有一个人知道一亿元到底是什么，能做多少事。可是在讨论去造一座员工停自行车的车库时，只需要花上数千元，就讨论了三小时之久，因为每个人都知道数千元的意义，知道如何去花。巴金生定律之一就是，钱数愈大，花在讨论怎样去使用的时间愈少。

我们对复利的计算很清楚，叫"以利滚利"。可是我们对与自己生死交关的类似问题（以人滚人）却如无睹。我们人类最严重的未来问题就是人口问题，一切其他问题如环境污染，都随人口问题而来。如果台北的人口少了三倍，变成100万上下，街上交通就不会拥挤，空气会好得很多。可是如果再加一倍，就不堪设想了。

本书中以细菌的增殖为例。每隔一分钟菌口加倍。到它们住的可乐瓶已有1/4满的时候，只需再过两分钟，众细菌的数目就要多到无立足之地了（如果这些细菌有足的话）。可是，细菌中的政客向细菌群众拍拍胸脯保证，没有菌（人）烟的空地还很多，尽管去生下一代可爱的细菌好了。可以想像到，如果细菌有宗教的话，它们的宗教领袖可能借用细菌先知留下的圣言，说节育菌口是违反天命的，也许还会拍拍胸脯说，细菌的上帝一

定不会让虔诚的细菌子民受苦难的。

现在世界上每年人口增殖率为1.8%，在40年内就要增一倍到100亿人。细菌的一代是一分钟，每一代菌口增一倍。我们人类大约25年为一代，人口增殖率是每1.6代增一倍。因此，我们人类比书中说的细菌好不了多少。（是否人类的政客及宗教领袖也像假想中细菌的领袖一样，拍拍胸脯保证呢？）按照这增殖率，到公元5000年左右，人的总质量将超过地球的质量。当然远在这个时间以前，自然界自会有“修理”人类的方法。显而易见的，最好自己克制，不要让自然界来“修理”我们。

几个误用统计的例子

不谈这个未来可能发生的人类悲剧了。谈谈统计，统计是数学界最伟大的发明之一，整个保险业就建在统计学上，整个国家的经济也以统计为基础。可是统计数字也是说谎话的最佳工具之一。本书提到好几个误用统计的问题，其中一个是在美国最敏感的黑人、白人智力差别的问题，就是愚智问题。在中国，种族不太成问题，因为第一，现代的中国没有种族问题，所谓的蛮族（异族人）和汉人已经混到不知谁是谁了。第二，历史上的敌人，而且是死敌，屠杀汉人的死敌，如五胡、金人、辽人、蒙古人、满人等，都早已和汉人大批通婚，已经到了几乎无法追溯祖先是哪族人的程度。

可是在美国，因为历史上的歧视①，几乎一直都有人

① 译注：美国在开国后制造出不少遗留至今的黑人问题，如不许黑人（大都是奴隶）结婚，只许乱交，甚至于把真正热恋中的黑人伴侣硬生生拆散。黑人死后安葬的墓地上，也不许立标有名字的墓碑。许多这类强加在黑人身上的恶习，到现在还有很大的后遗症。

去研究黑人、白人之间的智力差别问题。按本书及引用到的各作者的说法，这些研究都毫无科学上的价值。首先，要问：黑人的定义是什么？几乎所有美国的黑人都有些白人的血统。但是在美国，一旦染上了一点一滴黑人的血统，这人就立即被分类成黑人。是否黑人的种族真是这么差，差到只要一碰，就如神话中的点金术一样，立刻变愚呢？

如果黑人真有这么厉害，那么从基因一定可以看出来[①]。可是所有的基因研究都无法把黑人的基因和白人的基因明确区别出来，因此仍无法给黑白种族下定义。而且，如本书所指出的，这种拿一个团体和另一个团体比较的统计方法很容易犯错，原因是，一个团体中个别成员的差异远大于团体与团体间的差异。

进一步说，如果接受上述不正确的关于黑人种族的定义，黑人智商钟形曲线的高峰点的确比白人的要小10%～15%（亚裔人的智商钟形曲线显然比白人的又要高10%左右）。可是如本书作者指出的，即使按这个钟形曲线，还有百万又百万的黑人的智商比百万又百万的白人的智商高。那该怎么说？

本书指出，所有关于种族智商的统计都没有考虑到后天的教育因素。我举下例：在美国的亚裔中，以中国人居多。而中国文化有重视学术的传统，一般家庭宁可自己省吃俭用，也要把子女教好。又补习、又买电脑、又去找好学区去居住。如有余钱，又学钢琴、小提琴等

① 译注：如果黑人的基因真是如此的强，那么应当把黑人的基因做特别的研究，把天才的基因（包括不少黑人天才的基因），用改变基因的技术（gene alteration），把感染到黑人基因就成为黑人的这种过程，变成增进人类智力的方法。

益智的技艺。再有多余的钱，还把子女送去最好的私立学校。而黑人受经济压迫，买不起电脑，生育子女太多，环境中犯罪的人太多，没有尊崇学术的传统。这些都是决定智商的后天重要因素，可是在这些统计中都没有考虑进去。

这仅是本书所说的，统计数字错误应用的例子之一而已。

诚如英国19世纪的名宰相狄斯瑞立（Benjamin Disraeli，1804－1881）所说的，"有谎话，极端恶毒的谎话，及统计数字。"法国革命时代的女杰罗兰夫人（Jeanne Roland，1754－1793）被革命党送上断头台之前，说："哦，自由，多少罪恶假汝之名而行。"我们也可以说："哦，伟大的统计数字啊！能假借你说出多么美妙而令人置信的谎话呀！"

量变引发质变

还有一个是数学领域以前还没有触及的问题，可是现在才开始。这就是量与质的问题。目前数学的应用大多是处理量的问题。我们用了电脑去处理很多的数据。可是，是不是量与质的关系？这个关系往往是数学看不出的（至少现在还不行）。100元和10万元之间，除了多买些东西之外，还有什么其他不同的特性？可是在物理中，已有不少量把质改变的例子。100磅煤炭和一吨煤炭之间，除了数量之外，就没有什么区别。可是用来做核反应炉燃料或核弹原料的铀^{235}或钸就不然了。这二者有一个叫做临界质量的数值，如果辐射铀或钸的数量不够

多，就不能起链式反应（连锁反应）：核反应不能进行，核弹不能爆炸。一定要有足够的量，才能在质方面有很大的变化。

这种临界质量的观念也可以应用在科学研究上。为什么早期台湾的物理及天文研究不够水准？难道那些研究人员真的水准不够吗？可是一等到人数够了，超过某不知数量的“临界质量”，研究的链式反应就出现了。世界上各高等学府对这一点很明了。一座大学中的研究人员一定要多到某个程度，研究才会有成果。这就是中国人常讲到的学术风气。非一人唱独角戏可提倡的。

这就是本书中说的“多带来不同”。从数学及物理立场来看，就是非线性问题。普通的问题都是线性的，即一块钱可以买一块钱的东西，两块钱买两块钱的东西。这是线性问题，果与因成直线比例。可是如果钱多到可以把制造东西的工厂买下来，就到了非线性的领域——果与因不成比例。就这方面说来，在社会学领域的研究工作才刚开始而已。也许这种才在起步的非线性因果关系，将是这个新世纪最重要的社会学工具之一。

本书还讲了一个令人惊奇、还无法了解的社会学实例。纽约城的犯罪率本来是全球最高的。每一个去纽约的人都受到警告，要小心。可是，突然间，犯罪率急降，从美国的第一把交椅降到第 136。是否贼和强盗都关进监牢中去呢？监牢中的人数并未激增。可是犯罪率急降却是事实。有社会学家建议，也许这和水变成冰的相变（phasetransition）很类似：从 1℃到 -1℃之间，温度只减了两度，可是水却结成冰了。如果开始时，水的温度是 30 度；把它放在冰箱中，耗了不少电，让它的温度降了

29度，使水温为1℃，可是什么也没有发生。然后，把水温再降两度。奇迹发生了，水结成冰。

是否犯罪率也是如此？左抓贼，右捕强盗，愈抓愈捕愈多。可是，捕抓了一大阵子后，贼和强盗突然都不见了。是什么原因？绝不是强盗和贼都抓光了。也许准强盗或贼都不敢去犯案了，也许觉得找事赚钱还容易些，也许……谁知道？社会学家把这现象称为“转捩点”。可是到现在还没有人能了解为何如此。（这类非线性问题很难了解。水结成冰的物理原理在十数年前才发现，发现者还得到了诺贝尔奖。）很显然，转捩点是一个非线性问题。如果我们了解造成转折点的原因，也许很多社会问题都能迎刃而解。

数学在政治上的功用

数学在政治上的功用远在民意测验之上。一般人认为自由选举是民主的第一步。可是这一步不见得能带来民主，更不见得能带来经济繁荣。在西方殖民帝国退出非洲时，几乎在这些殖民地中都举行过“自由选举”。现在呢？没有一个非洲国家是实行民主政治的。这当然有许多的因素，可是就证明了自由选举不见得能带来民主，带来的却是一个个中了“选举”乐透奖的独裁者。还有，有不同去“做”选举的方式，各地方的政客都自有一套。本书第九章谈到一个民主投票选择去看哪一场电影的例子。美国用得最普遍的是杰锐蝾螈法（gerrymander，见第九章第128页注释②），即把选区划成不规则形状，把拥护敌对党的选民分散，使拥护本党的选民在选区中能得

到最多票。

一般人认为最公平的选举是以多数票当选。可是美国开国元勋杰克逊（见第九章）把这种选举称为“多数统治暴政”。有一个美国人不大提的实例：1776年美国独立宣言开宗明义说道：“人生而平等。”可是这个建在“平等原则”的国家中的大多数人——白人（当然有不少抱不平的白人，可是他们是少数中的少数），却以多数统治暴政的方式，一致同意歧视黑人，而且还立法把这种歧视合法化。要在80余年后打了一场到现在还在伤心的内战，才把黑人解放。还要等到20世纪60年代（几乎200年后），才有马丁路德·金恩奋起领导黑人去争民权，而到20世纪90年代末期，黑人、白人才几乎平等。

多数票当选造成悲剧的例子，最甚者是智利在20世纪70年代的选举（见第九章第127页注释①），而多数票也不见得代表民意。（民意也不见得是正确的，西方有一句谚语：“100万个法国人可能都是错的。”以上说的，白人立法歧视黑人就是一个例子。）一个极端的假想例子是，如果某个国家有100万人，在选总统时，999 998人都选自己为总统或弃权，有两票另选某人，这人就以二票的多数当选为100万人的总统①。

---

① 译注：笔者要讲一个自己遭遇到的趣事。似星体（又译为类星体）是在20世纪60年代发现的。于1963年，我在美国物理学会的官方杂志《今日物理》（*Physics Today*）上面写了一篇报告发现过程的文章，发明了似星体“quasar”这词。一时很轰动，大家（尤其记者及科普作家）都采用，因为易说，又与众不同。可是有几位在似星体的发现中做了很大贡献的科学家感到不平，因为我没有在这领域工作过。1964年在第二次世界会议（德州相对论天文物理学会议）中，有四百余位天文学家参加。在大会将结束之际，有人建议表决。有七人举手赞成，三人反对，其他四百来人弃权。主席便宣布以“多数票”通过，把“quasar”做为似星体的官方名称。

诚实、合作是最佳策略

本书提出了数学在选举方式的研究。数学家有不少解决这种“多数统治暴政”的问题。可是看来似乎还要等一阵子，这些方法才能付诸实用。

在所有本书谈到的问题中，我认为最令人鼓舞的是第十一章《和蔼体贴的数学原理》。为什么呢？我认为在这方面的研究解决了一个中国学术界争执了2000余年的“性善，性恶”问题。读者也许要问：性善和性恶与数学怎样扯上关系的？这关系来自“对局论”，英文是“game theory”。其实应当可以说这是中国人最先发明（或实用）的理论（见第十一章第152页注释①）。现代对局论中最有名的问题是“囚犯的进退两难选择问题”。问题可以作如下的抽象化：如果甲乙两人都不互相欺骗，大家都得益。如果甲欺骗了乙，乙就受害，甲方得益。反之亦然。如果双方都欺骗，大家都不得益。举个实例：你去店中时，看见没有人，就把东西偷走，店就损失。如果店把货换了包，你付了钱，买到的是一包稻草，你就受了损失，店赚了钱。如果你偷了店方的货，而货是假的（如包装精美的稻草），你们双方都不得益。可是如果你付钱，店把真货给了你，双方都得益。这个问题有种种的变化形式，详情请见第十一章。

看上去是很简单的问题，可是一在社会上应用，就变成很复杂的问题。因为，不是仅做一次交易。要连续不断地做下去，什么是最好的策略？在数学上，这也不是很简单的问题。我想在售物的店和顾客的这个例子中，

读者都知道来自经验的解答了。百货公司把店面装饰得非常诱人，货真价实，老少无欺。顾客一进来，售货员就满脸笑容地欢迎。顾客买了东西，照价付帐，皆大欢喜。百货公司能一直开下去，顾客诚实地付钱，买到的货物是称心的，双方都得益。（其实中国古代的商人早就知道了。谚语说“和气生财”。）

如果百货公司不诚实，把劣货充数，态度恶劣。第一次这么做，公司得益，顾客损失。上了当，下回顾客不来了。不久公司没有生意，关门大吉。长期之后，大家受害。

如果顾客不诚实，偷了东西，顾客得益，可是百货公司受了损失。日久之后，公司亏损太多而关门，顾客就少了一个可以买东西的地方，大家都受害。

数学上得到的解答是：基本上要诚实。第一次的时候，都须诚心待对方。可是如果对方行骗，你就得反击。对方诚实，你就诚实。这样的“对局”是长期必胜的策略。再以百货公司为例，百货公司把店面装饰得非常诱人……货真价实，顾客不喜欢可以退货退钱。可是，如果顾客不诚实，抓到后就送警处理，毫不通融……换句话说，就是本书第十一章的结论：对待人就像你要人家怎样对待你，要不然，有你好看！

其实这些都是孔子说过的道理。他说：“己所不欲，勿施于人。”有人问他：“以德报怨，如何?”孔子的回答是：“以德报怨，何以报德？以德报德，以直报怨。”以直报怨的意思就是以公平的手段（法律）对付不公平的事（见第十一章末尾的译者附记）。几年前去世的科学家兼科普作家卡尔·萨根（Carl Sagan，1934－1996）在他的

书《亿万又亿万》里说，基督教圣经的金律（即一味容忍）不可行，而银律（即孔子说的己所不欲……以直报怨……这几句话）则是最可行的，而且有数学的证明。

不变不能应万变

“以直报怨”也是外交上最成功的手腕；最糟的是持不变的原则。自罗马帝国灭亡后，欧洲一直在争战中，许多国家变成世仇。可是，两个世纪前德国的铁血宰相俾斯麦[①] 认为，不应当把敌友的区别看得过分分明。他说过：“国家没有永远的敌人，也没有永远的朋友。”换句话说，你以朋友待我，我就待你为朋友；你以敌人待我，我就待你为敌人。美国和中国（大陆）的关系就是如此。在朝鲜战争时期，你待我为敌人，我待你为敌人，敌对的情况持续了 20 余年之久。可是，美国的一个不足道的运动，乒乓球队去了中国，中国待之以上宾之礼。美国立即还报，下一次去的就是尼克松总统。以后的发展都是历史旧话了。

这也是为什么人们要合作的原因。在渔猎时代，要猎到大猎物，非要合作不行。不合作就打不到猎物，就要饿死。绝不是我们想像中“适者生存”的那种狗咬狗的自相残杀精神。种族对种族，的确是要竞争。可是种族的成员中，如果只要竞争，没有合作或互助，就消灭

① 译注：俾斯麦（Otto Von Bismarck，1815－1898），现代德国的第一位宰相（1871－1890）。是一位有争论性的人物，可是既有刚毅又有魄力，精谋略，重法治，把当时很弱的德国变成强国。现在各国都有的社会安全保险制度（social security）就是他创立的。俾斯麦为人有争论性的原因之一是，他把德国的利益看得太重，有时不惜挑拨其他国家作战，使德国从中获取渔利。

了。原始的部落都讲合作。举一例，在原始部落中很少有强奸案的，因为一犯了案，亲戚朋友全来合作“修理”这位犯罪者了。到现在，美国印第安人部落中，还是不尚竞争，尚合作的，他们的子女在学校中也不愿竞争。

当然，在商业社会里这种极端原始的合作态度就过时了。可是在美国，竞争归竞争，一旦有人遭难，立刻倾囊相助，毫不吝啬。本书中问：为什么我们要对陌生人这么好？没有理由。结论是，我们的基因中一定隐含着“人皆有恻隐之心”这个东西。这种“恻隐之心”在动物中也有。这就等于说，人性本善。我们不能说这是数学上严格的“性善”的证明，可是能说，人类之能演化到今日，合作（恻隐之心、性善）是一个重要因素。

这也是为什么要有公德心的原因。没有公德心，如乱丢垃圾，在短期说来，对丢者有小益。可是长久以后，卫生不良，疾病丛生，大家都遭殃。中古世纪，导致3/4欧洲人病死的鼠疫之所以这么快扩散，就是大家不知卫生，把垃圾都丢在街上所致。

数学已经走入尘世中

这本书能给读者带来许多新启示（至少给我带来了不少）。数学不再是象牙塔中供奉的偶像。数学已不是专门去解决类似费马大定理的抽象科学了（见第十三章第210页注释①），数学已经走到人间的尘世中。数学不是仅仅和数字有关的科学。新世纪刚来到，可是也许可以说，这个新世纪中社会学上最大的进展，恐怕是数学在这门学科中的应用。它告诉我们，性善非但为人类演绎

所必需，而且还深深铭印于我们的基因之中。它告诉我们，外交不能基于不变的信念，而应当基于国家利益及其他的因素。没有永久的朋友，也没有永久的敌人。它告诉我们，和气生财有数学的基础。它告诉我们，公德心是人类生存、社会旺盛不可缺的元件。

本书是一位《洛杉矶时报》的女记者写的。她是一位科普作家，文笔非常好，而且显然做了不少在这方面的阅读工作。她能把一个看来很枯燥的主题写成不忍释手、有深度而易了解的描述。



前言　有人情味的果实

无论什么理由，在最基础处，大自然宁爱美。

——物理学者格罗斯（David Gross），
加州大学圣巴巴拉分校理论物理学院院长

数学似乎有一种令人惊异的能力，可以告诉我们东西是如何运转的，为什么事物是按它们现有的形态存在，以及宇宙能告诉我们些什么（只要我们愿意去学习及聆听）。令人惊奇的是，这个本领来自一种似乎很抽象、客观而无人情味的人类活动。

可是，我们看待自己的方式，与我们所知的、或自认为已知的大自然客观样貌之间，有非常密切的关系。数学非但告诉我们重力的运用（因而可以建造出更好的桥梁），也告诉了我们一些普遍性的真理，这些真理影响了我们如何思考及感受（可以用来造出更好的社会）。物

理学家法兰克·欧本海默[①] 喜欢把这些看成科学中有“人情味”的果实。

诚然，数学可以应用在我们从学校学来的东西：造桥梁、结算支票本，及计算赢乐透奖的机率。可是它也可以阐明心中的迷惑，非但是科学家午夜冥思时的迷惑，还包括了艺术家、诗人、学校教师、心理学家、情侣及为人父母者的迷惑：我们怎样能在大自然中寻出一个意义出来，包括人的本性？真理的本质是什么？

人类从上帝及方程式中寻求这些答案（有时在两者中同时寻找），譬如透过写剧本及研究蚂蚁来寻找。奇怪的是，这些能协助阐明“光是一种上下起伏的电磁场”的思考渠道，同样也能搜寻多种社会问题的成因。在审判辛普森[②] 时，也用到了用来证明顶夸克（top quark，最基本的粒子之一）存在的同一步骤（请见第十三章）。

这是一种使人兴奋飘然的意识：数学这看上去似乎枯燥无味的东西，与我们做为社会基础的深奥哲学理念之间，居然有这么紧密的关联。藉由学习数学，我们可以把每件事物掌握得更好——从晦涩难解的物理问题，到如何在离婚案中定出公平的财产分配。

这就是在本书中，我尝试把数学理念与解决看似不相关的问题连接起来的原因——从火星上的外星生命到

---

① 原注：法兰克·欧本海默（Frank Oppenheimer）是旧金山探险博物馆（Exploratorium）的创办人。他是“原子弹之父”罗伯·欧本海默（J. Robert Oppenheimer，1904－1967）之弟。麦卡锡（JoeMcCarthy）时代，法兰克由于和平主义的论调，也被列入黑名单，遭排斥于物理学界之外。

② 译注：辛普森（O. J. Simpson），著名美式足球健将，在洛杉矶以杀妻罪被提起公诉，可是因为警方无能，把证据搞糟而被陪审员判无罪。

前言　有人情味的果实

"学院炸弹案"之谜①。这是一种尝试，去示范数学如何能告诉人们哪些是真正该去思索及担心的问题。如果我在本书中能完成一件事的话，那就是指出了，对生活品质的兴趣不会因为量化的论证而有所减。质与量是不可分的。科学家及数学家，圣徒及哲学家，都在搜索"存在"的最基本问题，即怎么样和为什么。虽然他们对于证明和证据都有不同的标准，可是量的洞察真的能帮我们去了解质方面的问题。

当然，数学工具不能替代艺术家、演员、经济学家、心理学家、历史学家、作家、宗教领袖的洞察，可是这些工具可以供应急需的新透视。

数学不是专管数字的工作

这本书的结构分成五个不等长短的部分。在第一章《数学和事物到底有什么关联?》中，我表达出这个理念，即在许多方面数学不是专管数字的工作；它是一种思考的方法，一种拟出问题的方法，可以让我们把事件的内脏翻出，把藏在底下的翻上来，因而可以得到对事物的真实本质的意识。当然数学家都知道这一点，可是大多数对这门科学不熟悉的门外汉都不知道。这一章要浏览

① 译注：美国自1979年以来，有一位不知名的人把炸弹邮寄给不同学院中的不相关的人，炸死及炸伤20余人。警方把这案称为"大学炸弹者"(university bomber，简称为unabomber)。后来大学炸弹者在报上发表反对科技的"宣言"被他的兄弟认出，因而在蒙大拿州一处偏僻地方被找到，当时他正隐居于一间自己搭的小屋中。大学炸弹者名为Kazynski，为一天才，哈佛大学数学博士，曾在加州大学柏克莱分校担任助理教授。性格乖僻，教学不久后辞职，就此到被捕前皆不知去向。他认为科技是罪恶之本，因而专向学院及科技相关人士寄匿名包裹炸弹。现被判终身隔离监禁，不得保释。

一些不在冀望之中的数学领域，从每日的头条新闻到“金律”[①]。

第一部《心灵与数学相会的地方》示范了一些理由，说明为什么我们需要数学来帮助从纷乱中筛出真相。第一点是，数字自己不会说话，因为我们的头脑挡了路。对每一个人来说，某些关系应当是很明显的，但就是不能穿透生理和经验所搁下的、把知识和真理隔开的面纱。真的，这些心思过滤器使人的头脑难以（或使其不可能）看到事物的真相，无论这真相是什么。这些过滤器都是人类生理及心理上所需有的，因此不必去想如何“医治”它们。可是，能知道它们在哪里就可以帮上不少忙了，就如协助你开车一样，如果知道你的车要向左偏去，就可以把方向盘向右扭，以资补偿。

第二部《对物质世界的解释》，我要探索及澄清一些因物质实境投入视野而产生的障碍（我并不是说，能把我们头脑中的那些混乱状态与凌乱的现实完全分开）。被不停的干涉及不断改变场合混淆的讯号，在我们目视之下熔入“量”中的“质”或熔入“质”中的“量”，复杂到不可能解开的乱麻网络，观测的不可捉摸性，以及作预测的风险性——这些都使得欲从资讯中得到一些见识的技艺，变成一种挑战，即使对最熟练的数学家亦然。

第三部《对社会世界的解释》要给读者一些“数学如何能阐明世人的某些问题”的滋味，如公平。例如，一门叫做“对局论”的数学建议道：遵守“金律”非但

---

① 译注：“金律”（golden rule）源出基督教圣经《新约》《马太福音》7：12及《路加福音》6：31“你们愿意人怎样待你们，你们也要怎样待人”，和孔子的哲学类似，可是倒过来说。孔子说“己所不欲，勿施于人”，而这金律说的是“己所欲，施于人”或“推己及人”。

是道德性的行为准绳，也是能得到好结果的有效策略。

第四部、也是最长的一部《真理的数学原理》是本书宗旨的核心，描写的是数学家能经常显露出的一些惊人的基础关系——因和果之间的关系，例如，证据及证明，真理和美。最有趣及最刺激的部分（即高潮，至少对作者来说是如此），是一位姓诺塞（Emmy Noether）的年轻数学家如何想出一个能使爱因斯坦的广义相对论成立的方法；她展示出对称性与基本、不变的自然律之间的连锁关系。换句话说，这个能使雪花美观的性质，也彰显了控制整个宇宙的定律。美与真理是同一枚硬币的两面。

在数学与头脑相遇的地方，你的脑筋可以豁然开窍，你可以轻而易举地化解掉数学现象中的匪夷所思。

换一种方式来认知数学，不仅学习变得轻松起来，更能令你明白许许多多发生在身边，从前却只能是雾里看花的人生哲学。

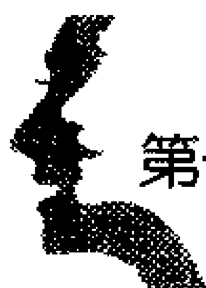


目　录

第二部 对物质世界的解释

第三部 对社会世界的解释

第四部　真理的数学原理



第一章 数学和事物到底有什么关联?

了解很像性(行为)。它有一个实用的用途,但这不是人们经常去做的原因。

——物理学家法兰克·欧本海默

寻找真相是人类活动的中心挚爱,它主宰了在舞台上及餐桌旁、课室中及法院审判庭、科学实验室及宗教僻静地(教堂或庙宇)里讨论到的问题。可是,当剧增的资讯在我们脑中不断反复发出回声之际,在并驾齐驱的不同事实及相互争雄的哲学中,要想去听出真相的清脆之音,就变得愈发困难了。

而结果是,数学贡献了唯一一套可以看出真相的工具。真的,它在广泛得惊人的许多问题中,带来了惊奇的清晰度,从宇宙级的问题(宇宙的命运)到社会议题(辛普森是否有罪),到公共政策的具体事务(种族和智商的关联)。

在科学领域之外的人很少拿这些工具来用。部分原

因是，人们似乎对数学感到恐惧。即使知道有这类工具，他们也不知道怎样把这些工具应用在自己关心的事物上。

可是数学已经潜藏于许多社会最挚爱的政治及社会制度里了：因果之间的理念、公平与正义、自私与合作、衡量风险、在福利及国防上的花费，甚至于科学发现的本质上。

当然，我们对物质世界及社会世界的观念来自数字以外的东西，如宗教、历史、家庭、心理。我们对于源自这些领域的“真理”的接受，就如常识一般的直觉，或者说它们“很明显是对的”；美国的独立宣言把它们称为“不证自明”。

可是数学，这最具逻辑性的科学，给我们证明了，真相或真理可以是高度反直觉的，而常识也可以既不“常”亦不“识”。

数学是一种“脑具”

数学是一种能澄清混淆关系的思考方式。它是一种语言，能让我们把世界上混杂的局面翻译成可以去管理的方式。从某种意义说来，它就像在一间戏院中看电影时，把灯光熄了，因面观众可以把银幕看得更清楚。当然，灯光熄灭了以后，有些东西就看不见了；你看不见你周围的人的脸，或者天花板上的镶花装饰。可是你看到了好很多的银幕景观。

数学科学研究院的院长色斯顿（William Thurston），在某些方面被认为是世上最好的几何学家，他把数学叫成一种“脑具”（即脑中的“工具”），它可以让我们观看

及表达我们不能以其他方法处理的观念。

普林斯顿数学家道伯齐斯（Ingrid Daubechies），是使子波分析（wavelet analysis）再兴的人物，子波分析可以用来进行几乎一切的分析工作，从贮存指纹数据到观测星体，因此他得到麦克阿瑟奖。道伯齐斯说，数学近乎诗：是一种把很广大的观念浓缩及精炼的方法，直到正确的资讯能恰如其分地传达为止。

数学可以像望远镜、显微镜一样地工作，可以像筛子一样把讯号从杂讯中筛出，数学是认识模式（pattern）的模板，搜寻及确证真相与真理的方法。数学也是一副眼镜，可以澄清事物，或去除那些把看似清晰的事物遮蔽及扭曲的东西。数学可以把你带到星球的核心或者宇宙的边缘，它可以给你选举的结果，或者给你“二氧化碳气体不断送入大气100年后的后果。”你可以推测到时间的尽头，或者追溯到时间的始点。你可以从那里来到这里。

数学既是语言，也是文学

数学家不把他们的技艺认为是一种简化计算或把实体世界秩序化的工具。他们对数学的了解是，数学可以表达、运算及发现事实。在这种意义之下，数学既是一种语言也是一种文学；是一盒子的工具，以及用这些工具建立起的体系。

有一次，我去波士顿和一位麻省理工学院的宇宙学家讨论宇宙学及相关的话题。飞回来的时候，我朝地面上看，看见许多小岛，可是很明显的是，它们是连起来

的，连起来的地方在浅水中。在地面上，这些连结就看不见了，而这些小岛就变得毫不相连。可是在空中，它们之间的连结就像在地图上一样的明晰。我想，有个理由可以解释为什么许多基本物理学需要在高维的空间中去观看。从高处看，你看得到的总可以多些。

同样的，数学工具也可以让人们去看见以其他方法无法看到的模式及连结。数学暴露了隐藏的趋向（爱滋病感染）、新物质（夸克、暗物质、反物质①），及很重要的相关性（抽烟及肺癌）。数学能做到这些工作的方法是，把赤裸的骨骼暴露出来，克服经常把我们带到歧路去的意向。数学让我们把这些局势的外表脱去，可以直接看到骨架，看见内部有些什么在进行，才得以产生出你看到的表面现象？看见把它支架住的又是什么？如果你掘得够深的话，又会发现些什么？

从某种意义来说，把宇宙秘密泄露出来的故事，就是一页找出隐藏着的连结的历史。发现光的特性，是由于某个数字（光速）不断出现在连结了电和磁的方程式中，因而暴露出，光是一种电磁的起伏波动——这个了解就可以让实验家去搜寻它的同类。举例来说，电波讯号是载在比可见光的振动要慢许多的“光”上，而X光的振动则更快些。

方程式可谈到体积、经济趋势、疾病的模式、人口

① 译注：夸克（quark）是最基本的粒子，有六种，可是从未发现单独存在过。质子及中子各属三枚不同的夸克所组成的拘束体。天文学家发现在宇宙中有不明性质、无法观测到、直到现在仍是不可捉摸的物体，因而称为暗物质（dark matter）。暗物质的存在是由它们产生的重力而推断出来的。反物质（antimatter）是与物质对称的物质，可是电荷相反（其他许多性质也相反），例如质子带正电荷，反质子则带负电荷。物质和反物质一相碰，就化为乌有（变成了能量）。请见第十四章《诺塞与爱因斯坦：真理的不变性》。

的成长，及偏见与歧视的后果。数学是意识逐字逐句的扩充，它让我们瞧见更多。以这些工具，我们可以推测未来（可是也有些风险），可以看到隐藏不见的东西（扭曲的空间）。

"到底我们真正看到的是什么?"在1939年时，当英国天文物理学家艾丁顿①把本世纪初的物理革命作一结论时，问了这个问题。"相对论已经给了我们答案：我们只能观测到关系。而量子理论则给了另一个回答：我们只能观测到机率。"②

换句话说，我们所观测到的就是数学上的关系。

数学保护我们不被无知所愚

因为数学有绝佳的能耐去暴露真相，你可以满怀好奇地问：人们是否经常用它来使误解及谎言持续不断地传下去？数学的威力来自我们把数字看得比文字更重要。"图表经常使人走上歧路，"数学家德福林（Keith Delvin）这么说："不必为此感到羞耻：文字也能把人带上歧途。数字的问题是因为我们对数字的态度是某种程度的敬畏，好像它们要比文字更加可靠似的。这个信念大错特错。"

人们经常把数学看成一种客观的论证，可以把他们从模棱两可的不安中拯救出来。我们一直希望，只要能把事物以数字的形式表达出来，也许真相就可以浮现。

---

① 译注：艾丁顿（Arthur Eddington，1882－1944），英国天文物理学家，是现代天文物理学主要创始人之一。他于1918年组织观察队去观测日食时星光被太阳的重力所弯曲，因而证明爱因斯坦的广义相对论。在1926年时（远在核物理创立之前）就宣称：太阳的能量来自四个氢原子合并成一个氦原子的反应中放出的能量。艾丁顿文笔很好，写了不少的科普书籍。

② 原注：摘自格里高里（Richard Gregory）的书《科学中的心灵》。

可是数学只能把模棱两可的状态澄清；它不是混淆海洋中的救生艇，它只是标记了暗礁的浮标。毕竟曾有一个数学定理（哥德尔定理①）证明了，某些真理根本无法沿着纯逻辑的途径找到。

数字令人胆寒的一个上好例子是一本叫做《钟形曲线》（*The Bell Curve*）的书。这本书的争论性大到——在这书发表以后，有十来本书出现，回应这书的论调。这本书的作者是在美国企业学院任职的穆雷（Charles Murray）及最近逝世的哈佛大学教授赫尔斯坦（Richard Herrstein）。这本书推出一军火库的数学炮弹来支持他们的论调，强调智慧大都是遗传的，而黑人的智慧较少，而且很少能有方法来改进。书评家（更不必去提读者了）在这一大批统计数字、图表及许多"多重回归分析"（multiple regression analysis）的攻击之下，都承认受到了"弹震病"。

可是有几位不畏死的人跳入这些没顶的统计数字池塘去，发现有些似乎可以讲出真相的关键数字都被扫到地毯之下（即略去不提），因此使得这些数学分析变得毫无意义②。

我最经常被问到的问题是：你自己本身既不是数学家，你如何能发现这些？答案是：你不必是数学家，你只要有"去问那些大约已经存在你心中的疑问"的自信心就行了。例如问道：你是怎么知道的？根据哪些证据？同哪些相比？就像那位花了一天在旧金山探险博物馆（Exploratorium）去探索展览品的女士，回家后就自己接线

① 原注：请见第十三章《举证的重担》。
② 原注：请见第十二章《事情因何发生？》

装了一只电灯。在这所世界闻名的科学博物馆中，没有一件展览品教她如何去接线装电灯的。在探险博物馆里她发现的只是一个信念，她相信自己有能力去想出该如何进行。

如果正确应用，数学可以暴露出我们感官的毛病，这些毛病带给我们常有的幻觉，例如我们不能感觉到百万和十亿这两级数字间的真正区别。数学也可以给我们一些相当简单的方法，来保护我们不被无知所愚。就如物理学家费曼（Richard Feynman，1918－1988）有一回说过的："科学是学习如何不为自己所愚的漫长历史。"有数学做我们理念的后盾，能使我们自愚的程度减少，并降低激烈后果的发生。

总之，数学很重要，比人们想像中的更重要得多。在做生死交关的决定时，我们的最后决定必须基于数学告诉我们的是什么。我们不能因为在高中时憎恨数学，因而自暴自弃，对数学的观念无知——就如我们不能对电脑或爱滋病无知一样。数学是必要必需的，而不是次要的边际知识。

真相的基础是数字

我刚开始时只是对社会问题有兴趣，后来特别佩服数学的这种威力，可以在范围辽阔的不同局势中，把所有的证据都筛选过，决定哪些是真的。有些工具是很明显的（如机率），可是其他的很含蓄，甚至于朦胧（例如对称性、真理，以及不管怎样都不变的事物之间的关系）。

许多不同真相的基础是数字，而探索它们就是本书的目的。

若有人说某个数字和另一个数字有关联，例如说，智商就是智慧，大脚的人数学成绩特别好，这样说是什么意义呢？如果一件事能使另一件事更可能发生，是否可以把它称为因？什么是赢游戏的最好策略？永远成长的经济是否是件好事？或者，经济永远成长是否可能？在古代的火星上，有过生命吗？怎样才是最公平分配国家预算的方法？玩亡命的懦鸡游戏① 时，什么是最好的生还策略？被恐怖分子杀死的机率指的是什么？40岁后成婚的机率呢？在纽约曼哈坦岛遇见你的连襟的机率有多少？在阿拉斯加西部的诺姆又是多少？我们把这些事物安上数字的意义又是什么？

毫无疑问的，数学具有极大的威力。因此难怪物理学家京斯（Jamea Jeans，1877－1946）下断言说："这位宇宙中最伟大的建筑师（指创世者），现在开始以纯数学家的身态出现。"

同时，数学并非不至遭到误用。和所有的科学一样，它在文化中成长及兴旺，因此大幅受到文化特性的影响。本书专注于指向真理的各种数学指南，那可以应用在广阔范畴的问题上，从新闻问题到纯哲学或纯美学意趣都有。

我个人最喜欢的，就是诺塞和爱因斯坦的研究工作中真理与美的结合：如何可以把深奥的真理以不变式

① 译注：在20世纪50年代，美国狂妄的青少年往往在双线的公路上飙车，两车都在路当中的线上互相朝另一车开去，哪个先让开的就是"懦鸡"（chicken）——这是美国称胆怯的人的俚语。这被称为"懦鸡游戏"。

（invariant）的方式来下定义（不变式是不管数学环境怎样变化，都是不变的）；如何可以用对称性来替不变式下定义；接下来，对称性如何替守恒的自然性质下定义（无论发生什么变化，这些性质都不变）。在艺术及音乐领域诉诸于感官的美感，与自然的形态如雪花及星系，都具有同样的对称性。最基础的真理都是基于对称性的，而在这些当中自有一种深奥的美。

旅程就从这里开始了。

第一部 心灵与数学相会的地方

这些数字能向上爬、而我们却不知不觉，原因来自我们头脑的构造。

数学不是突然从虚无缥缈之处出现的——不像有些宇宙学家认为宇宙是如此出现。数学是被人类创造出来的，或者是被人类发现的（如果你宁愿这么想的话）。就因为如此，数学反映出许多人文的面向，包括体质特性、心理及文化的面向。我们头脑和身体运作的方式塑造了数学的研究，还塑造了我们每日经历的如何认识数量的意识。毕竟用来揭示出弯曲时空及夸克，引导出从电脑到基因疗法的发明，这些最精致高雅的数学，就最广义的心理、生理意义而言，还是被人性所创造出来的。可是，同样的人性也限制了我们的能力，限制了我们去了解和人类这物种的延续攸关的现象，包括危机、人口的成长及国家的预算。

生理构造限制了数学能力

在人类演化中再次出现的主题里，那些我们当做寻求真理的踏脚石的策略，居然变成了在搜索不同脉络的真理时的绊脚石。

数学被人类的生理塑造就是一个很明显的例子：在不同社会中的数字系统多是建立在10的倍数上，这是因为几乎所有的人，生下来时都有10根手指及10根脚趾。（有些文化把数字系统扩充，加入手腕、肘、肩及胸脯。）

比较不明显的是，我们脑袋里的标度似乎就像地震强度的量度，一个小小数值的增加，例如从规模七级到

八级，就代表一个极大的毁损力的增幅（约10倍左右）。这可能就能说明，为什么人们没有能力去识别百万及十亿之间的真正区别，无论他的数学能力有多好。

再者，我们身体以外的物理世界是被“产生出无所不在的数学物体的力”所塑造的：几何真的是长在树上的；由于重力、电力及核力的作用，每个比月亮大的物体都呈球形，或近乎球形；从喷泉射出的水以抛物线下落；肥皂泡相交的角度是120度，而水分子中的两个氢原子和氧原子的相交角为105度，因而产生了水泡和雪花的外形；树枝和血管及河流的分枝方法的相像程度，实在令人惊奇不已。

以同样的理由，我们对时间的量度及观念是基于地球的自转及绕太阳公转的时间。在空间中，我们把我们的方向和地球的自转轴及地磁的轴方向对齐（南北方向）。我们认定了“下”是一个固定的方向，虽然对我说来，我的“下”是某些住在地球另一面的人的“上”。其实，“下”就是重力牵引最大的方向。如果你单独在太空中，就没有所谓的上、下、东或西。

许多数学的运算，如加或减，直接来自我们的体验：把两个苹果加起来，或者把一个圆饼分成三份，或者从一个圆的直径算出周长。

数学观念可超超经验

可是数学的观念是远超过经验的。几何学家喜用的完美的圆和直角，在自然界中并不存在。数学还可以做到物体做不到的事，有一个古老的故事是这样说的：一

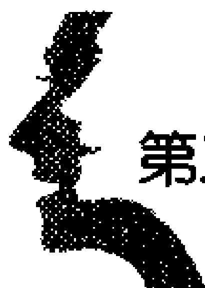
个人站在街角求乞，手中持了一个牌子，上面写着“两次大战，一条腿，两个妻子，三个小孩，两次受伤。总数：10。”而也有物体可以做到、而数字做不到的事。如果你把氢和氧按2:1的比例混在一起，在适当的条件下，你得到的不是三个单位的气体，你得到的是一单位的水。

但是，几乎所有把数字延伸到经验之外的尝试，经常会遇到极端文化性的阻力。当负数第一次引入时，人们认为它极为荒谬。因为不可能有两个负的苹果，那么到底 -2 的意义是什么？引入零的观念时遇到的阻力，不在引入哥白尼的“以太阳为中心的太阳系”的观念所遇到之下。而如果关于毕达哥拉斯派学者的故事是正确的话，人们真的曾经因为发现了无理数（如圆周率 π 这些不能以分数表示的数字）而送命。说真话，我们用的“无理”（irrational）这词，意思是完全没有道理及不按惯例的，还真是相当传神地反映出人们对这些数字刚引入时的感觉。

今日的数学家依赖着许多奇怪的物件。有一阵子人们认为这些物件落在常理之外，例如不同级的无穷大、虚数及超越数（transcendental number）、高维空间的几何等等①。

可是无论数学离开人类的经验有多远，我们的实体世界，包括自身的组成，在我们继续不断意识到数学观念时，仍然起了关键的作用。

① 译注：关于不同级的无穷大，请先想一下整数级的无穷大：1、2、3……到无穷大，再与一条线上的点的数目来比：不管两点的距离有多么近，当中还是可以放入一点，因此不管这条线有多小，点的数目还是无穷大的。这两种无穷大显然属于不同级。



第二章　指数式放大

人种的最大缺陷是：我们无能为力了解指数函数。

——物理学家巴特列特（Albert A. Bartlett）

请回想一下，我们对于了解极大或极小的数目，有多么困难。任何搞不清楚10亿及1兆的人都知道，所有的大数字看上去都差不多。每日我们都被不可思议的总额数字所轰击：

美国的国债已成长到以兆为计算单位了。银河系中有2000亿枚星球，而在宇宙中有2000亿的其他星系。供应从人体到火……等每一物体能量的化学反应时间为飞秒级（10^{-15}秒、或毫微微秒、千兆分之一秒）。自生命出现以来，演化到现在的时间约为40亿年。

我们对于了解这些数字，又曾做过哪些尝试？令人不安的回答是，不多。看来我们的大脑可能不是设计来

了解极大和极小数目的。霍夫史达特① 造了这个词语"number numbness"（对数字的麻木）来描述这个综合病征。毕竟有许多美国人常把 million（百万）和 billion（10亿）搞混；这两个英文字之间只差一个讨厌的字母②。可是，million 是 billion 的 1‰，几乎可说是"不足道"的一小片。

很显然，没有一个人不受到这个（对大数目无知）影响的。在《华尔街日报》中，戈德施密特（Donald Goldsmith）指出，克林顿总统在一场有关保健的演讲中，在报告看医生的次数时，不慎少算了90 000次。他把 500 位儿童乘以 200 位医生，得到10 000看医生的次数，而少算了90 000次。

我们所有的人都不太容易掌握数字的成长：每年 5% 的通货膨胀，在约 10 年内就可以把收入减半，或者即使只有 2% 的人口增加率，人类也可以很快就占满地球上的每一寸空间。从愈来愈贬值的美元，到核弹的爆炸威力，物体增值的方法是人们很难去掌握的。可是，这些与生俱有的"数盲"的后果其大无比。

如果我们不能掌握到一千、一百万、十亿、一兆之

① 译注：霍大史达特（Douglas Hofstadter），现代电脑学家兼科普作家，著有《哥德尔、艾雪与巴哈——一条永恒的金带》及《后设魔法主题》（Metamagical Themes）。哥德尔（Kurt Gödel，1906－1978），20 世纪最伟大的数学家之一，证明在数学及逻辑中有些不能证明是对的或是错的公理，请见第十三章。艾雪（Maurits Cornelius Escher，1898－1972），荷兰籍版画家，以现实的题材画出光学上的幻觉及不可思议的效应，巴哈（Johann Sebastian Bach，1685－1750），为中古时代大音乐家，创西方音乐的体系。

② 译注：其实还不止于此。"b"在英文中的发音是所谓的破裂音（如 b、p），发音如爆炸声，只发一次，不连续下去，如果不仔细听就易混淆。在拼成词时就如爆炸时的音前声。从物理来说，这些音前声的频率都很高，在 4000 赫兹以上。普通的麦克风对频率的反应都不太高，而差一点的扬声器（如廉价电视机中用的）的频率也不行。因此，在音响中（包括电话）peter 和 beter 往往搞不清，因此有些广播员在说 billions 要强调"这是个有 b 字的 billion"。

间的真正区别，如何能理性讨论预算中的优先项目呢？

我们不能了解到微不足道的生还率改变，可以造成一物种的灭绝；不能了解到爱滋病如何能这么快速蔓延，或者微小的利率变化可以使物价猛涨。我们不能了解次原子粒子之小，或星际空间的广阔。我们对人口的增加、武器的火力、能量的消耗……等的判断，可以说是一点线索眉目都没有。

幸而科学家及数学家设想出种种的比喻及巧计，给予我们能力去瞥见那些通常是在我们理解力之外的极大与极小数量级。例如，加州大学柏克莱分校的地质学家金洛斯（Raymond Jeanloz）喜欢以下面的方法使他的学生铭记大数字的威力。他在黑板的一端画了一条代表零的垂直线，在另一端画一条代表一兆的垂直线。他请一位自愿的学生去画一条代表 10 亿的垂直线。大多数人都把这代表 10 亿的垂直线画在零与一兆之间约 1/3 的地方。实际上，这条代表 10 亿的垂直线应当几乎在线的零点附近。

和兆相比，10 亿仅是一粒小花生米而已。百万分之一与 10 亿分之一相比亦然。如果这本书页面的宽度代表某物的百万分之一的话，那么它 10 亿分之一的大小还比不上铅笔画出的一道细线。

德乔夫斯基（S. George Djogvski）在加州理工学院的院刊《工程与科学》中写了一个能协助我们想像空间中极远距离的比喻："如果太阳只有一英寸大小，它离我们的地球约五英尺（1.5 米），那么太阳系的大小约为 1/5 英里（322 米），最近的恒星在 206 英里（418 公里）之外。我们的星系大小为 600 万英里（965 万公里），而最

近的星系的距离为4000万英里（6436万公里）。即使运用了这个模拟，在这里你就开始失去尺度的感觉了，因为最近的星系团的距离已经大到40亿英里（64亿公里），而可以观测到的宇宙大小则为一兆英里（一兆六千亿公里）。如果你乘一辆每英里收费五元的车，你就可以把美国的国债偿清。”

这并不是说我们对美国国债的了解比其他数字好。1944年去世的物理学家京斯爵士（一位把爱因斯坦理论通俗化的作家），曾竭尽所能帮助读者想像“从直径百万分之百万分之一英寸的电子，到规模以数百亿英里计的星云。”他是这样解释的“如果太阳是一粒大小为1/300英寸（0.008厘米）的微尘，那么在任何方向上，它都要在400万英里（643万公里）之外的地方，才找得到几个最近的星系。”

京斯又加上去说：“把比利时的滑铁卢大火车站搬空，只留下六粒微尘。它仍然要比太空中的星球排列还要挤。”

京斯又说：“一品脱（约半公升）水的所有水分子，一个挨一个依序排成直线，长度可以绕地球两亿次。”

最后，他又推出一个能想像核聚变产生的热能有多巨大的方法。把一枚针头加热到太阳中心的温度，京斯这么写下：“它能发出足够的热量，把每一个敢走到离这针头1000英里（1600公里）之内的人都热死。”

乘以2的威力

这些想像的场景给我们带来的冲击，是纯数字不能

带来的。它们给了我们对真正大数字的感觉及知识。

为什么大数字能爆炸性成长，原因之一是，乘法是一具极有威力的成长引擎，即使当你随便拿去乘的数字是微不足道的，如2这数字。

有个关于一位发明西洋棋的女性数学家的古老传说，可以阐明这点。传说里的国王喜欢这种游戏到这程度：他给这位数学家任何她想要的东西，来奖励她。数学家要求在棋盘上的第一方格内放两粒麦，第二方格加倍为四粒，第三方格为八粒……等等，每到下一个方格，麦粒数都要加倍①。

她赢来多少麦粒？比整个世界历史中人类所有种出来的麦子还要多。这就是加倍增值的威力。

还有个更生动的故事来自一位姓巴特列特的物理学家，他发动了一场单枪匹马的、将指数推广为全民知识的运动。他得到美国物理教师协会的杰出贡献奖褒扬。巴特列特现在是科罗拉多大学的名誉教授。

以下是他用来示范的故事，以论证我们自然资源状态的无常性，即使是在看似很富有的时代：

假想有一个不大不小的细菌群落，住在细菌国内。它们出发去寻找新的殖菌地——在一只埋在地球上的可乐瓶中。它们把可乐瓶掘出，变成它们的家。我们假定它们开始时有两位刚勇的探险家敢去这新殖菌地中定居，

---

① 译注：原来的故事传说发生在波斯。这里改了一下，把发明者的性别改为女性。按照西洋棋专家的说法，西洋棋约在公元600年在印度北区发明，名字为“Chaturanga”，很类似现代的西洋棋。后来先传到中国，再传到波斯（现伊朗），再传到欧洲。历经变化后于15世纪末定型。中国的象棋和西洋棋有许多相同之处（例如，双方都有走法相当于车、马、卒、相、将等的棋子），可能中国的象棋是把西洋棋和中国固有的棋合并而成的。

再假定它们的菌口每隔一分钟加倍一次。我们还假定它们是从早上11时整开始定居的。到了正午12时，这瓶子就已经满了，它们用尽了可乐瓶的空间，也耗尽了资源。

巴特列特问：在什么时候，最有远见的细菌会看出地平上将出现菌口太多的问题？他的回答是，一定不会在11:58，因为在那时候可乐瓶只有1/4满（离满之前还有两次增倍）。即使在11:59时，瓶子也只有半满。你可以听到细菌政客们大声唱出它们的陈词滥调，如：众菌们，不必担心，我们家中留下的空间，比我们在整个殖菌历史中用过的空间还多得多！

即使如此，它们仍然决定去岸边探险，寻找更多的可乐瓶。它们发现了三只可乐瓶！要多久这些细菌又会把空间用尽呢？答案是，两分钟。

事实上，任何以指数方式放大的物体迟早要加倍。以年息7%的复利增值，你的钱在10年后会加一倍。如果人口以7%的比率增加，在10年内人口的数目也要加倍。让我们把那两位首先到达这新殖菌地的细菌，称为亚当及夏娃；那么细菌国的景况不就预演了我们人类的景况吗？预期在50－60年中，人口会加倍（这是最乐观的计算）。可是大约在最近期内，大家并不会被这个事实所困扰，因为地球这只瓶子看上去离装满还远得很呢！特别是，如果你住在人口稀疏的蒙大拿州。

对有钱存在银行中的人，或更好的是有钱买了股票的人，指数式放大当然是好消息。不起眼的一美元，存在银行中，年利若为5%，在500年后每秒钟的增值数目约为114元。

对拿固定收入的人，如依赖退休年金的人或薪水不

涨的人来说，指数式增值是坏消息。它解释了，为什么从市场买来的一篮子物品，在1982年的价钱为100，可是在1992年时，价钱几乎增加了50%，需要142元。而同一篮物品在1964年时只要19.5元。

重要的是，你必须注意到这些数字加起来飞快的原因：它们的增值是复利的。就是说，每一次菌口加倍后，被2乘的数字是所有以前乘积的总数。因此，被加倍的数字快速成长，数字愈大，成长也愈大。

举个例子，你把1000元以10%的利率存在银行中100年。如果是每年只加100元的利息，100年后你的存款总额是11 000元。可是如果你把这利息放入本金里滚利息，以复利计算，100年后你将拿到2200万元。

当头脑遇上大数字

这些数字能向上爬、而我们却不知不觉，原因来自我们头脑的构造。我们的脑筋看不出这些指数增值放大后的爆炸性数量，因为我们头脑的标度似乎和芮氏标度（Richterscale）相似，这是量度地震威力的标度①。

如许多人所知，被记录为芮氏规模八的地震要比规模七的震力大许多（大10倍），比七和八这两个数字之间的差别联想到的还要大许多。芮氏标度和棋盘的原理很像：在这标度中，地震的能量就如麦粒一样地增值，可是在标度上的数字就如棋盘方格的数目，循序慢慢增加。

在感觉器官及脑中的神经元，也许应该说是神经元

---

① 原注：其实现在的地震学家用的是比芮氏标度更精致的震度，也是基于同一数学原理。

之间的连结，也是如此。人眼可以看到超过一百万级不同亮度的光，可是我们并没把最亮的东西认为它要比最黯淡的东西亮过100万倍。原因只是由于人脑中并没有那么多的储存位置。因此，视觉也是按芮氏标度操作的。

声音亦然。“声音强度的范围之大，根本没有办法用线性（非指数型）系统来处理，”巴特列特这么说：“这是自然界造人我们听觉及视觉的东西。”

恐怕这种指数特性也编入了我们计数的本领中。要不然，一个有限的头脑怎能去处理指数式放大，这种放大驱策所有一切事物，从宇宙的尺度到国家预算的成长。

可以确定的是，指数的标度[①]在人类对时间的意识中也起了一些作用。我们对上周的记忆要比再上上周的记忆好得多，对上上周的记忆要比更前一周的记忆好得多。同时，每一年变成了你生活中的一个逐渐变小的分数（因而在两岁时，一年是你一生的一半；而在50岁时，一年仅是1/50），时间似乎在飞逝。

如物理学家莫里森（Philip Morrison）说过的，所有的感官似乎都有某种作用，把世界“扭曲”，再呈现给我们。不可能不如此，因为只有对数标度才能囊括这么广大的反应范围。

我们也不能注意到我们感官感觉不出的，太过渐次、太细致的变化[②]。我们看不见山脉在动，或花的成长，即使我们知道某些山顶以前曾在海底，花来自渺小的种子。我们看不见夜晚的降临，虽然我们知道白日已尽，黑暗将临。

---

① 原注：其实标度是对数性的；其成长为指数性的。
② 原注：请看第六章《突现的性质：多带来不同》。

同时，我们也需要能把时间大幅变慢的能力，才能注意到大多数在我们脑中进行的化学反应（或者进一步说，任何其他地方进行的化学反应）。这和我们对指数式放大的意识有关，因为有些时候我们唯一可以拿来应用的只是些很小很细微的变化。我们做决定时，可能需要去看出极细微的差别，例如，可乐瓶已经1/4满了，或者灾难性的气候变化不久将要降临到我们头上。

奇怪的是，人脑本身也是指数式放大的产物。按照斯密斯（Anthony Smith）在他的书《心智》中所说的，人脑约有100亿到150亿个神经元——三倍于地球人口的总数。如果你把神经元之间的连结一起算进去的话，总数超过所有在地球上活过的人的总数。150亿约为星系中星球数目的总数①。

脑中奇迹似的灰质的成长，是以加倍增值做到的。要从第一个神经元成长到150亿的数目，只要33次倍增就够了；要达到75亿的神经元数目，只要32次倍增就行了——这大约是猿脑中的神经细胞数目。我们的头脑离我们的类人猿亲戚，只差一次的加倍增值。

有这么严重吗?

这些有什么重要？请想一下：通货膨胀、传染病的蔓延、能量的消耗、核爆、人口爆炸……你就有一个大致的概念了。

---

① 译注：神经元之间的连结有如电脑晶片中元件之间的连结，如果电脑晶片中的电晶体之间没有连结的电路，这晶片就没有电脑的能力。初生婴儿的神经元间的连结极少，在出生后一到两年内大幅增加。现代的生理心理学家认为这些连结和这位婴儿未来的智力有关连。

以人口成长为例，自马尔萨斯（1766－1834）的《人口论》以来，人们已经知道了人口是以指数方式成长的。可是没有一个人担心，因为人口是自我设限的（有些人这么说）。当人们没有地方居住、没有食物可吃时，他们可能死亡或发动战争，甚至就不生小孩了。这都是正确的，到某种程度而言都是正确的。

可是我们就像瓶中的细菌，没有能力看得够远，因此很难在灾祸发生前把它停止住。当一切似乎都在我们控制之下时，似乎很难将眼光放远。康乃尔大学的生态学家匹门透（David Pimento）在1996年2月的美国科学促进协会的大会中说："每隔24小时，我们的人口就增加25万人……但并没有哪个人真正对这事采取过防止动作。它不是大霹雳级的问题，它是渐次而来的东西。可是这些点滴就锱铢必较地把我们送上死路。"

和这一点有很密切关系的一个问题是消费。在所有和经济有关的讨论中，几乎是天经地义，说成长是人人都向往的目标。要把第三世界的国家带往现代式的富有，我们都催促他们采取美国式的消费。不必做一个住在瓶中的细菌，就可以看到这个想法会把我们带到哪里去。

跟着消费而来的就是垃圾。有一些知名杂志最近发出舆论说，再生循环对环境有害（这也许是对的），而且又主张说，我们可以不必花功夫去回收玻璃和纸张，因为美国仍然有很多地方可以堆放垃圾。人们可以去臆测，要多少次垃圾数量的加倍，才可以使某些人注意到地球是圆的——因而只有有限的表面积。

巴特列特最近发表一篇论文，把那些相信成长可以

继续不断的人，视为现代的“地平社团”①。这是因为一个平的地球可以在任何方向延伸到无穷远去，因而可以储存无限量的垃圾，供应无限量的土地去种植食物，或者有无限的大气可以吸收我们施放的气体。

可是，唉，地球只是一个球体，它没有可再成长的空间。我们有的就是我们所能有的。这不是政治性的宣告。它只是数学！这就是为什么这个广被人采用的流行名词“永续成长”是一种矛盾修辞，巴特列特这么说。在一个圆球形的地球上，没有一种成长是可以持续不停的。如果人口仅以每年 1.9% 的比率成长，在 36 年后，人口会增加一倍。不管你把这增加率变成多小，仍旧避免不了加倍增值②。

就如瓶中的细菌，成长是不能永远持续下去的，不管是人口或是资源的消耗。

暴胀也有个时间限制

天文学家普林马克（Joel Primack）认为，科学可能以令人意想不到的方法来协助逃出这个困局。在某种程度来说，导引我们社会的伦理原则的，一直都是基于我们对自然世界的了解。每一个文化或者宗教，都自有一套创世故事，对这个宇宙为什么及如何创生自有一套解释，也把人类及其他生物适切地放在这解释中。不管你我是

---

① 译注：地平社团（Flat Earth Society）。在哥白尼时代，当科学家证明地球是圆的以后，在英国有一批不相信地球学说的人组织了一个地平社团，到现在还存在，成为俱乐部。

② 原注：反之，即使是很小的人口下降率（如果稳定不变的话），也能以指数方式降低数量，最后将导致种族的灭绝。人们其实可以把“永续成长”看成一种缓慢的有上有下的循环，在零成长附近上下波动。



第三章　预估风险

多年前，《新闻周刊》让美国女性坠入一种恐慌的心态，因为它宣称，35岁以上、受过大学教育的未婚女性，要想找到一位夫君的机遇比遭恐怖分子刺杀的机会还要小。虽然法露迪（Susan Faludi）在她的书《反挫》（Backlash）里，把这报告中所谓的统计数字完全粉碎，但是“我们可以很精密地把风险数量化”的这个观念，在西方的心灵中仍然有一个很巩固的地位。科学家、统计学家及决策者都把风险，如感染爱滋病、生乳癌、搭乘飞机、食物添加物、遭雷击、或在澡缸中跌跤，各安上一个数字。

可是，尽管所有这些数字到处可见，（也许就因为如此）大多数人对风险都感到不知所云。我知道有些人高高兴兴住在加州的圣安德里斯断层区域（地震区），但对乘坐纽约的地下铁却感到恐惧（反之亦然）。我知道有些抽烟者受不了和一块肥牛排在同一房间中相处，有些女人怕避孕药的副作用，却大胆地去和陌生人发生未采取

保护措施的性行为[1]。对风险的估价很少是基于纯理性思考的，即使大家都同意这些思考是什么。我们对苹果表皮分量几乎可以忽略的"阿拉"[2]感到不安，而对更高的、死于抽烟的机率则耸一耸肩，非常疏忽。我们对搭飞机感到恐惧，可是不怕驾车。我们怕用多了移动电话（大哥大）而得到脑癌，虽然这两件事的关联极为虚幻。事实上，你很容易就可以去做一个统计学上的论证（虽然这个论证是错误的）：移动电话可以预防脑癌，因为使用移动电话的人罹患脑癌的机率比一般人罹患脑癌的机率来得小[3]。

即使日常生活中的乐趣，如吃食物及呼吸，也免不了被人怀疑。爱情一直都是带有风险性的，而爱滋病使亲密的接触更危险。但从另一方面来说，没有爱情，也许更危险。因为至少有一个研究结果这么说：未婚的男性面临早死的威胁，可能是他死于癌症的三倍。

风险让我们搞错目标

当然，风险也不是都不好。如果你不想承担风险，大可不要走出门外，不要去上学、驾车、生小孩、送出研究经费申请书、坠入情网，或者在大洋中游泳。如果不去担当些风险（有时这些风险还相当大），生活就会乏

① 译注：未采取保护措施的性行为（unprotected sex），指在性行为时，不用保险套或其他防止"性器官直接接触因而传染性病、特别是爱滋病"的方法。

② 译注：阿拉（Alar），一种似蜡的商品的名字，涂在苹果外面以保鲜。

③ 原注：保罗斯（John Allen Paulos）是我知道的第一位做这个计算的人。这事可能与这事实有关，即移动电话的使用者都较富有，因而比那些不使用的人更健康。

味，也不能做些有创造性的工作，或者体验生活。毕竟，生命是一个必死的疾病，对人类来说，当日子走到尽头时，死亡率为百分之一百。

可是一旦出了事，人们对于风险却是愈看愈坏的。我们都看到了全球航空公司 TWA800 班机失事后的余波荡漾：从这失事蔓延出对飞行的不安，更加严密的安全措施，报纸上一日又一日对于伤心家庭的报导，还在进行中的失事原因调查，以及如何可以防止这类惨剧重演的检讨……到现在我还不能从这个震撼中完全复原回来。

而在同一时候，世界上每日有数以万计的儿童死于很普通的因素，如营养不良、疾病。这数目相当于每日有一百架载满了儿童的巨无霸客机在空中爆炸。关心 800 航班的死者多于关心这些儿童命运的人，不是心肠硬或无知，而是因为我们的脑筋就是这样子作业的。某种惨剧有冲击力，某种没有。专管我们知觉意识的器官特别专注于不常有的、与个人有关的、不正常的及戏剧性的事件。这不能说我们无知，只能说是人的本性。

可是这种对风险的歪曲认识，有很严重的社会后果。我们把社会资源对准虚幻的目标，而完全忽略了真正的危险。例如父母倾向于把滥用毒品及被陌生人绑架，列为对他们的子女最大的威胁。可是每年有上百倍的儿童死于呛噎、火烧、坠落、溺水及其他公共安全措施所忽略的意外。

我们花了百万又百万的金钱，去和国际恐怖分子搏斗，早晨穿上作战用的全套伪装衣着去散步，以免感染

到赖姆疾①。而在同一时候，"我们可以看到许多很重要的，却不为人关心的问题，"柯恩（Bernard Cohen）及李一兴在《健康物理》中这么写道。这些物理学家建议（不完全是讽刺的）：资源应当可以更有效益地用在某些计划上，如政府主办的电脑择友，"也许可以鼓励去宣传结婚的好处。"

就如我们很热心地把每一个轻犯都关入监牢中，而把杀人累犯请到我们的卧室来。如果我们要把钱用来对付真正致死的因素的话，我们应当去应付自杀，而不是去对付石棉②。

即使单纯只顾到金钱的话，我们的政策也一点都讲不通。例如，女性的产前保健可以省下不知其数的钱（相对于婴儿在第一年所需的医疗照料来说），是一件众人皆知的事，所需的费用简直可说是不足道。可是许多低收入的女性依然得不到产前保健。

都是心理因素惹的事

显然，数字不够使风险评估有意义；产生统计数字的脉络及背景也要计算进去。以癌症的统计数字为例，大家一听见癌症罹患率不断增加，心中就会感到恐惧。可是，至少有一个简单的原因，可以解释为什么罹患率

---

① 译注：赖姆疾（Lyme disease），1975年在美国康乃狄克州的赖姆镇发现，由鹿身上的蜱（硬壳虱的一种）传染给人，被叮后会红肿，较严重的可以致死。大多在美国东北部发现。

② 译注：石棉为矿物质纤维，耐火，曾经是美国最常用的建筑材料之一。后来发现矿工、建筑工人及经常同石棉建材接触的人，会因为吸入石棉纤维而犯石棉沉着病（asbestosis），为肺尘埃尘着病（pneumoconiosis）的一种，无法医治。现在美国已全面禁用，而且要把旧建筑中含有石棉的建材都移走。

持续增加，那就是人们活得更长了，长到足以得到癌症。

某些我们从统计数字而下的断言，根本是很蠢的。物理学家路易斯（Hal Lewis）在他的书《科技的风险》中写道，一个步行的人，每一英里被车撞死的可能性要比驾车的人还大。那么是否我们就可以下断言，既然驾车比步行安全，因此，所有步行的人都要被驱入车中去？

狄更斯（19世纪英国大文豪）有一次以宣布不乘火车，来点出误解了风险数字的荒谬性。这个故事如下：在12月底的某日，狄更斯宣布在那年末他不再搭乘火车，“理由是英国每年铁路意外事故的平均额度尚未满，因此意外事件就要发生。”

纯粹只有数字的比较，也是不能为社会接受的。有一年，当俄勒冈州决定以医药收入和成本的比值来打医疗服务的分数时，医疗重点就截然不同了，例如医治吸吮拇指、齿列不正、头痛等。在优先程度上要比医治囊肿纤维变性及爱滋病排得更靠前。

毕竟你在衡量哪些是风险时，你的考虑和你的生活及生活方式有关。吃不饱食物的人，不会愁苹果是否沾了“阿拉”。每日都要面对家门外暴力事件的人，不会愁若搭上前往巴哈马岛的飞机是否会遇上劫机。对风险的态度是在文化背景中培养出来的，深深受到从心理到伦理、到信仰的影响。

除了文化背景之外，另一个能在矛盾的信息迷宫中看出风险的必要因素，是心理。例如，燃眉的风险在我们心中产生的恐惧感，要比远忧大得多；教青少年把长期的危险如抽烟看成严重的事，那比教年长些的人更困

难。

抽烟也是一件人们相信自己能控制的事，因而使这风险更能为人所接受。大家似乎对二手烟要比对抽烟更敏感，至少部分原因是因为抽烟者有所选择，而吸入二手烟的人则没得选择。

一个广泛的原则是，人们对于自己无法控制的风险作了过度的估量，而对于认为自己可控制的则耸肩不顾。因此，我们去滑雪、跳伞，却对石棉恐惧；或者一想到一家无名无姓的化学公司把添加物放入我们的食物中，那就更加讨厌及恐惧了。可是我们自己放入食物的添加物，如盐、糖、奶油的危险性，其实比那些添加物还大上几百万倍。

也基于类似的原因，大家似乎都不能接受飞机意外事件，因为在机舱中绑上安全带以后，我们就无法控制要发生的事了。在 TWA800 班机失事后的民意调查中，极大多数的人说，他们愿意多付 50 美元附加费在来回票价上，如果这样做可以增加飞行安全的话。可是同一批受访者却反对增进汽车安全的作为，特别是如果这么做就得多花些钱。

“我们可以控制局面”这个想法，也影响到当有事故发生时，我们去责怪哪些人。多数人不愿以公众的金钱去支付因抽烟或骑摩托车而伤亡者的医药费，因为我们认为这些人自作自受。有些人对爱滋病或精神病患者的态度也一样，因为他们认为这些病的起因是性格方面的问题及个人道德问题。

另有一种奇怪的观念扭曲，就是我们脑中估量出来的失去某物或得到某物的风险，尺度似乎大不相同。有

个现在认为是经典的一系列研究，是由史丹福大学心理学家特佛斯基（Amos Tversky）及卡尼门（Daniel Kahneman）合作完成的，他们的结论是，人们遭遇到小风险时，多会退缩，尽管这么做可能会牺牲很大的利益。

在他们的研究中，特佛斯基和卡尼门曾要求许多医生，在对付一种预估会使600人丧命的稀有疾病时，请在两种策略中选其一。策略A承诺说，可以医好200人，其余的人都会死。而策略B则承诺，每一人都可以医好的机率为1/3，医不好的机率为2/3。为了要下必赢的赌注，这些医生选择了策略A。可是把同样的选择换一种口吻说出时，他们都选策略B。新的口吻不说策略A可保证在600人中能救活200人，意思反而是，策略A会使得四百人必死。

换句话说，人们经常会冒很大的风险去防止某些损失，可是肯为了可能的得益去冒风险的意愿就小得多。跑进失火的房屋去救一只宠物，或者去和抢你钱包的抢匪格斗，都是极冒风险的赌博，可是许多人重复再三去做，以保存他们关心的东西。同样的这批人可能不会冒一些麻烦的风险，例如把汽车的安全带系上，即令这样做，可能的得益大很多。

一鸟在手似乎比两鸟在林来得更有吸引力；即使手中持着这只鸟会带来危险，而丛林中的两只鸟是镀了金的。

当我们在判断做与不做的风险时，情形正好相反。你常会认为真正去采取行动的风险，似乎要比不采取行动的风险大，即使不采取行动的风险可能大得多。

自然原因的死亡，如罹患癌症，要比意外死亡或遭

谋杀更易被人接受。这也许是基于同一个原因：数以千计的饥童，比飞车开枪杀人更令人见怪不怪。前者是漠视的行为——没有人介入去帮助，把粮食或医药运过去。后者是犯罪——有人扣下扳机。

同样的，美国食品药物管理局更可能去扣住一种可救极大多数人的药品，不放行使用，只因这种药可能对少数人有害。他们宁可让许多人受苦，也不愿采取行动，只因为知道这行动对某些人有损害。或者，正如医师信条所述的：第一前提是不能造成伤害。

点烟就像点燃炸药

我们总认为，戏剧性或不常见到的风险，比熟悉的风险更加危险。所以，红色二号色素① 在我们心中产生了恐怖感，可是我们却视烤洋薯上面的大块奶油为老友。“女人开车上街时，放任她的小孩在前座蹦跳嬉戏，”某人这么说：“到了购物中心时，却把小孩的手紧紧握住，紧到嫩手发痛，因为她怕小孩会被绑架。”

绑架小孩的人最可能是亲友而不是陌生人，就如大多数被谋杀的人都是被他们认识的人谋杀的一样。

家庭中的风险就如年龄一样，已偷偷爬入我们的生活中，很难看得出来；看到的时候通常都太迟了。华盛顿州立大学的数学家桑得斯（Sam C. Saunders）提醒我们，一只被放入热水中的青蛙会挣扎着想要逃出，可是同一只青蛙如果坐在慢慢加热的冷水中，却会安然坐着，

① 译注：红色二号色素（reddye No. 2）是以前经常用的食品红色素，从食物到口红都用。后来发现会在实验动物身上产生癌症，因而禁用。

直到被煮死为止。“人往往不能预测出他感觉不到的事物，”他说，这就是为什么由于生活方式而逐渐累积的危险（如抽烟或大吃大喝），经常被人忽略。我们都在热水中，可是水变热的速度慢到没有人注意到。

桑得斯为了让大家领悟到他的重点，他要我们假想香烟是无害的——有个例外是，偶尔会有一包香烟装的不是香烟，而是炸药。这些装了炸药的香烟，看上去和正常的香烟完全一样，在18 250包中藏有这么一包。你也许会说，这并不是多大的风险。可是，如果你误把这包香烟打开，它会炸开你的头壳。

这位数学家认为（我相信他的想法是正确的），如果能了解到这么一个情势，就该立刻把所有的香烟都禁用。毕竟如果每日卖出3000万包香烟，平均来说每天就会有1600人死于这么可怖的爆炸中。这就是40年来，平均每日因抽烟而送命的人数。

总而言之，我们能接受如青蛙一般被慢慢煮死的命运，而不能接受如爆竹一样突然炸开的命运。

人性弱点依然是弱点

任何人都不会诧异：评估风险时，自大的心理也扮演了一个角色，心理上的自我防卫经常把我们导向错误的结论。一般说来，我们常高估发生在他人身上的坏事的风险，而大幅低估了发生在自己身上的可能。说实话，按新泽西州鲁得格斯大学心理学家温因斯坦（Neil Weinstein）的意见，人们不惜辛劳去把自身的风险减到极小。

例如，若去问民众，请他们评估在自己家里发现氡气①的风险有多大，回答都是低或一般，从未有人说高的。"如果你问他们为什么，"温因斯坦说："他们可以拿任何一个理由，把它歪曲到可以替他们带来自信心。有些人说他们风险低的原因是因为自己的房子很新；其他的人则说是因为他们的房子是旧的。有些人说是因为他们的房子在山坡顶上；其他的人则说因为房子就在山坡底。"

不管有什么相反的证据，我们都这么想："不会发生在我身上。"温因斯坦及其他人猜测，这与保有自尊有关。我们不愿把自己看成是有弱点的，我们喜欢把自己看成比别人更具有某种魔力般的优势。当某种风险被人们认为是个性问题时，例如意志消沉、忧郁、酗酒或吸毒上瘾，就特别会牵涉到自我意识。"如果你承认你遭遇到危机，"温因斯坦这么说："你就在承认你无法统御压力，你就不如其他人那么坚强。"

研究显示，一般人相信他们会比"一般人"更长寿、更健康、有更持久的婚姻；即使他们也知道自己不过是一般人。按照最近的民意调查，四位婴儿潮出生的人（在1946－1964年之间出生的美国人），有三位认为自己比同辈来得年轻；五位中有四位说他们的皱纹比同年龄的人少。从统计学上来说，这是不可能的。

卡尼门和特佛斯基也研究过这问题，发现人们认为自己之所以拥有更有利的条件，是因为自己与众不同。

---

① 译注：氡（radon）是一种放射性气体，从土壤中自然存在的微量铀元素衰变过程中放出。其量因当地的土质而异，可以很高。因为房屋中的空气是不流通的，因此这些氡气可能在房中累积。累积量过高时，造成癌症的危险性要比每日抽两包烟还要大。

毫无疑问的，人都有在心理上自我防御的需要，离婚后要再婚的人，都会仔细考虑是否有再次离婚的可能。如果能对自己的弱点有个清晰的概览，应当就能防止如酗酒开车之类的行为。可是一而再的，人性弱点依然是弱点，大多数人都认为自己比一般驾驶人的技术要更高超，即使当他们酩酊大醉之时。

我们似乎也认为，如果某事还没发生在我们身上，那就不会发生。这就是说，我们习于从过去推算未来。"10年以来，我在高速公路上一直都以80英里的时速（约130公里时速）开车，我从未撞过车。"我们都这样告诉自己。这有点像是说，我把硬币向上弹抛10次，下来时总是人头在上，因而就可以保证人头可以永远一直都朝上①。

值得注意的是，有个宣导不酗酒开车的广告，运用了被酒醉驾驶人撞死的儿童的脸部相片，结果相当成功。这些儿童对我们非常有真实感，比起统计数字来，我们更能认同。同一道理，我们也能与TWA800航班上的人感同身受。强调一个有姓名有脸的人，要比强调统计数字更容易被接受。

这就可以解释，为什么我们会不惜费用去援救一位掉在矿穴换气坑中的儿童，可是却不理会死于可防治的疾病的儿童。经济学家把这个现象起一个名字："拯救的规则。"如果你知道某人在危险中，而你知道你能去帮他，你就有道义上的义务去做；可是如果你不知道，你就没有这个义务。有一位专栏作家猜想，这就是为什么

① 原注：请看第十二章《事情因何发生?》

美国来福枪协会能成功地游说疾病控制中心（CDC），取得专事搜集枪支致死数据的工作。如果我们不必面对现实事件，就不必感到有义务去采取任何行动。

还是不能只依赖数字

可是，即使没有加上这些使事情复杂化的心理因素，预估风险还是很棘手的，因为我们不能说，我们对于每一场合中的每一件事物都知道得很清楚。“我们要承认，单单一个遭到疏忽或尚未被发现的风险，就足以使所有对风险预估的计算都变得无效，因为这些计算的可靠性都是来自已知的风险。”爱克兰德（Ivar Ekeland）这么写道。换句话说，总会有这么一个风险，那就是：风险预估本身就是错的。

牵涉到的因素愈多，预估风险的复杂性愈大。当你去应付真正复杂的系统，如国家规模的电话网络及输电网络、世界规模的电脑网络，以及极复杂的机械如太空船，想要去定出灾祸风险的工作，就变成无限的困难。没有人知道一个小小的偶发故障，是否会引起连锁事件，最后造成灾难。换句话说，在复杂的系统中，潜伏的危机能被第一章所讨论过的指数增值所放大。

当然，社会去预估风险的方法和个人面对同样选择时的方法，是大不相同的。是否要去骑摩托车是你个人的事；可是社会要不要去支付数以千计、因骑摩托车出事而成为残障者的费用，则是和每一个人都有关系的事。我们之中的每一个人都可能认为，能否安全搭乘飞机越洋到达目的地，要比国家规模的儿童教养问题更加重要；

可是人们却假定，政府应当有稍微不同的施政优先顺序。

社会需要严格按照数字去行事的程度，应当有多大？在保健这么重要的议题上，你能说一斤的预防一定等于几两的医疗吗？显然数字在这上面帮不了多少忙。大多数专家都同意，我们应当在预防普通疾病及意外上要花更多的钱，特别是在花在儿童身上。可是没有人要把花在危急的新生儿或老年人身上的钱拿走——这是保健的钱花费最多的地方。

到了最后，还是不能光依赖数字来做决定。对风险的预估，只能协助我们去仔细看清事物的真相。

按照写《为什么鲁莽轻率者能幸存?》这书的人类学家孔勒（Melvin Konner）的意见，我们对于可能发生的危险的拙劣判断力，很可能就是演化时留下的遗产。早期的人类生活在不断发生的危险中，如被猛兽所猎获、疾病及意外，使他们死得很早。就演化而言，“赢”的意义不是长寿，而是留在世上的时间长久到可以把自己的基因传给下一代去。因此去冒风险反而是一种赢的策略，特别是在死前就可以配种生出下一代。除此之外，一定要能很快做出决定。对于一个饿得半死的穴居人来说，如果去吃一顿熟浆果就要冒被剑齿虎袭击的危险，那还是赶紧向浆果丛跳去吧。这是很简单的一种选择。孔勒臆测，我们的头脑不是设计来应付现代生活中必须小心算计的事。

的确，我们对个人风险的某些乐观偏差，可能在心理方面有很重要的用途。在受到压力及危险时，它们帮我们把一只脚放在另一只脚的前面，好向前进；它们帮助我们度过生活，走向门外的世界。

在《为什么鲁莽轻率者能幸存?》一书的最后，这位小心翼翼的孔勒，意犹未尽地深思起他那些冒险患难的朋友——他们抽烟、骑摩托车、乘车时不系安全带。坐在他们身旁时，他感到“既安全又高人一等”，可是总觉得有些不安。“有时我会想，”孔勒写道：“我们之中这些最轻率不经心的人，身上也许有些东西可以教诲那些小心翼翼的人，即由每日充分享受生命而得来的一种永生。”

第二部 对物质世界的解释

你可以把稻草不断地堆在骆驼背上，
什么事也不发生，
直到你把一根跨过临界质量的稻草丢上去，
这个小改变就会产生一个极大的后果

山不是金字塔，树也不是圆锥体。如果欧几里得是上帝唯一的几何学家，他一定会喜欢炮术及建筑。

——汤姆新娜，取自司多帕得的《世外桃源》①

在数字中寻出真相所遇到的障碍，远超过我们的脑力所能负荷，即令我们头上时时都带着这颗可用来思考的奇特大脑。

要从某些人所谓的“真实世界”中得到真实的资讯，也是困难重重。我们从真实世界得到的一瞥，来自我们脑中看到的模式或讯号。可是这些讯号至少有一部分是在我们身外创出的，我们称它们为资讯、信息、关系或理念都可以。不管你称它们什么（是否可以把它们看成和输入电脑的数据类似的东西?），要了解任何事物，一定要能掌握那些外来的东西，并且需要知道这些知识如何到达我们身内的“雷达荧幕”。

当然，这些人类的感官和周遭世界的关系，是一个庞大到令人屏息的题目，它包含了几世纪以来，在宗教、

① 译注：司多帕得（Tom Stoppard，1937－）是出生于捷克的英国戏剧作家，《世外桃源》原文是 Arcadia（阿卡迪亚）。此镇处于古希腊内陆的偏僻地区，居民曾建一安静淳朴的社区，很像陶渊明所写的及后来唐朝诗人、画家王维所写的桃花源。此剧本的景是英国乡区一房屋中，因此用这“世外桃源”为译名。

科学、哲学及艺术方面努力的成果。在这里我谈到的几个面向，只是让你去体验一下几个这类的毛病，这些毛病是当我们以数学方法把周遭世界中的事物加在一起时，可能遭遇到的。

举个例子，我们如何去量度事物的性质？如何把我们用量度方法（如温度、智商）得到的“量”，拿来和“质”关联在一起？大多数人都已习以为常，相信质和量是两种不同性质的东西，这一种不会影响到另一种。事实上，非但量经常能决定质，量（或者更广义地说，是标度、尺度）还可以影响到很实在的观念，例如什么是真理或真相，什么是可能的，什么才是真正存在的。

真实世界加诸于我们的另一个限制，是它极端不可测的复杂性，因而使我们无法去预测某些很普通的事物，如气候；但同时，我们又有能力去预测一些真正非比寻常的事物，如宇宙的命运①。天文学家能量度太阳与地球之间的距离，准确到一厘米。可是他们不能准确预测日落时间到一分钟以内，因为至少要考虑到几种因素。（这些因素中最重要的变数是，地球在轨道上的速度与倾斜度，以及大气中有多少层烟雾，这些烟雾能把阳光折射，就如透镜一样。）

而当我们向外面的世界去捡拾资讯时，另一个令人感到奇怪的面向是，对某人来说是数据，对另一人来说

① 译注：气候的方程是非线形的。在20世纪60年代发现，如果要预测30日后的天气（假定有完整的天候数据，如地球上每一点的温度、压力、风速等），原始数据的精确度必须大到绝不可能做到的地步，例如温度的准确度要20位小数，因此现在认为气候是一种“混沌”现象。宇宙虽大，可是其大致的结构可以用简单的方程代表之；虽然我们不能预测宇宙中某一星系的演化（随着时间的变化），但我们可以预测宇宙大结构的变化。

却是杂讯。在任何一个实例中，要知道什么是杂讯什么是资讯，不是简单的事。说真话，今日认为某数据是杂讯，明天就可能把它看成某种重要的讯息，反之亦然。就如资讯的其他性质一样，讯号和杂讯的区别往往完全是由环境背景来决定的。



第四章 量度男人、女人及事物

他们问波的问题，去决定它是不是波；问粒子的问题，去决定它是不是粒子。

——史都华（Ian Stewart）和寇恩（Jack Cohen），
《混沌之瓦解》（*The Collapse of Chaos*）

我怎样去爱你？让我数一下有多少种方式。

这个世界充满了各式各样的量度。梵蒂冈以圣人的品德来量度，在军队中以刚勇来量度，在法院系统中以忏悔改过来量度，养犬者则以气质来量度。医生、决策者量度人的价值，陪审员以赔偿金来量度痛苦及受难……。如果你想要知道某事的真相，你要做的第一件事就是量它的大小或程度。要掌握经济、人性或次原子粒子的性质，从一开始你就需要数据。而数据来自小心的量度。

我这样说可能是公允的：量度是知识的基石。它让我们拿一事物去同另一事物作比较，把关系数量化。我的比你的大的意义，就是一个数学的陈述（M > Y）。你也可以说，我的国家比其他人的更好，我的小孩比其他人

的更聪慧，我的汽车比其他人的跑得更快。在现实社会中，我们非常看重这些量度。真的，在1996年的奥运会中，令人感到不安的是，体操动作的优美程度或跳水的精确程度，居然可以被蒸馏成二位小数的数字。

哪个量度不拐弯抹角?

我们把数字的量度放入每一事物内，从民意到油脂含量，从财富到腰围，从核反应到功成名就。所有这些完全不相同的东西，是否都可以被人量度？是否质可以被浓缩成量?

到了最后，所有的事物都被浓缩成数字了（如果唯一的原因，是因为每一件事物的组成最后都可以分解成基本粒子及力）。可是这类的数字算帐法，对许许多多在宏观上才能出现的现象来说，就失去意义了，例如圣诞老人、爱情。更实际的是，任何你能下定义的事物你就能去量度的原因是，去替它下定义的作为也就等于替它的组成下了“质”的定义。

可是量度之能有意义，乃是因为我们谨守了量度的种种限制条件。当你彻底进入其中时，没有一个量度是简单而不转弯抹角的。所有的量度都牵涉到要把那些分不开的纠结解开，或者把不能算出数量的东西数量化，或是替难以捉摸的事物下定义。通常进行这些量度的行为，就把这事物改了观，有时甚至于把它损毁了①。

---

① 译注：举个例子，量儿童的智商是想测定儿童的智慧程度，可是在有些情形下，这儿童的性格就被改掉了。本来很努力好学而智慧程度不高的儿童，一看自己的智力差，就自暴自弃不肯再好学。而智商程度极高的儿童也可能就此觉得自己很聪明，不必努力，结果一生一事无成。

到了最后，问事物性质的问题一直都会带有某种不可靠度，因为你得到的答案要看你怎样问这个问题而定，即使你问的问题相当单纯。举些例子，你站在磅秤上称体重，你不会得到体温的资讯。你不能用皮尺或卷尺去量汽车轮胎的胎压，或者用手表去量乐音的品质。

问答问题也和你（观测者）的立场或所在地有关。例如，在不同的参考座标中去问时间和空间的问题，可以得到大不相同的答案①。

的确，不能分开去量测空间或时间。你可能在某个晚上仰观天空，看到一团叫仙女座星系（Andromeda galaxy）的、模糊朦胧的星云，这是离我们最近的旋涡星系，距离约在200万光年之外。那射到你眼睛内的视网膜的光，在200余万年前就离开仙女星系了，远在人类于地球上直立走路之前。因此我们现在看到的仙女星系是旧闻了，200万年前的旧闻。

可是假定你想要知道现今仙女星系上发生的事。结果呢？这问题没有意义，因为没有方法可去量宇宙中“同时发生”的事。我们不能把钟同步化，因为没有一个东西可以行动得比光还要快。而从仙女座来的光已经尽力走得最快了；光速是宇宙中的速度极限。只有一种意义是有意义的，那就是我们现在正在观看仙女星系。

换句话说，时间和空间是不可分开的搭档。你可以说起现在和这里，在那里的那个时候，可是要说那里和现在，就没有意义了。即使你站在地球上同一个地方去量现在的时间，再过两秒钟以后再去量时间，你已经量

① 原注：请参见移动中的参考座标系，在第十四章《诺塞与爱因斯坦：真理的不变性》。

度到在空间中的移动了，因为地球也在动。如果地球不动的话，我们就没有这种把一天分割成小时、分、秒的东西了。因为时刻的定义来自地球在太空中的旋转运动。如果宇宙中从来没有发生任何事件，就不会有时间观念。

测量也会干扰到结果

其他我们想要量度的量，也是同样纠结在一起的。例如，物质和能量，或者心智和头脑，或者遗传基因与环境对智能的影响。

即使这些因素的纠结可以解开（或者如数学家喜欢说的，把它逆卷积① 开来），我们也并不清楚是否量度这些东西很容易。即使已有明确定义、看上去是单独无纠结的量，也常常会躲开我们要把它们捕捉来研究的企图，就如谚言中所说的去捉一只全身涂了油脂的、滑溜溜的猪一样。

例如，去测量次原子粒子的性质时，往往在"量"的精确度上要作牺牲。譬如，你去测量一个粒子在做什么，并不能同时测量到它在哪里。如果你想要很精确地测量粒子的能量，那么你就会失去所有与时间有关的资讯②。

正因为这种天生的不确定性（测不准特性），粒子物

① 译注：许多物理上量出的数据，都是包含在一个积分（integral）内，即把许多数量相乘后一起加起来的积，称为卷积积分（convoluted integral）如果要知道这些乘过加过的数量的个别值，一定要想出一种数学方法把这积分分解成这些相乘的数量的个别值，这个过程就叫做逆卷积（deconvolution）。

② 译注：这就是量子力学的基础原理之一，海森堡的测不准原理（Heisenberg uncertainty principle）。

理往往给某些人一种毛骨悚然的感觉。不过，即使是在每日生活中最平凡的量度中，也会有类似的不确定性。例如，你不能一面吃晚餐，而同时又拿你的晚餐去作化学分析（至少不能分析你吃的那一口饭）。你不能同时拿莫扎特的音乐作数学分析，又一面去欣赏他的音乐。把一幅毕加索的画放在显微镜下，你就没办法欣赏了，你只能辨识粗点的图样。在太空中看地球，看到的是一个球体，并不能显出你家的后院有什么东西。史都华这么写：如果你去检验一棵树是否具有造船的品质，就不能同时检验它能不能做成一根电线杆、能悬挂多少电线。

按照量子力学，你去测量某种效应的这个选择，会影响（甚至决定）你测量的结果。薛丁格（Erwin Schrödinger，1887－1961，量子力学奠基者之一）想出一个后来变得很有名的吊诡命题。这是一个臆想实验，用来展示他认为的量子理论最明显的荒谬性。他说，你可以有这么一个情形，一只放在封好的盒子里的猫，同时可以是活的，又是死的。只有当你把这盒子打开以后，这只猫才是全活的或是全死的。因此，你把盒子打开去看这只猫的行为，就会把这只猫杀死，或把它的命留住①。

进行这实验的方法如下：你把一只猫放在一个盒子

---

① 译注：这是一个比喻。量子理论说，你去测量某量子级的事物时，测量的行为（打开盒子）就决定了这实验的结果（猫是活的还是死的）。原因如下：到了量子级的范畴时，被测的物体和去测这物体的大小很接近，因此无法去测一件物体而不影响到这物体的特性。举一日常生活的例子：我们可以把一块蛋糕的边上撕下一小片来尝味道。这蛋糕看上去仍是一个蛋糕，不受影响。可是如果蛋糕很小（或嘴大），一定要把整个蛋糕都吃下去才知道味道的话，那么尝蛋糕这个行为就会把蛋糕消灭了。量子理论处理的就是这类的问题。作者在下一页注释①中指出，猫不是很好的例子，因为猫不是量子级的物体。

中，盒中装了一片放了毒药的细玻璃管。盒中也放了一根可以把这玻璃管击破的锤子（因而可以将猫毒死），这锤子安装在一个机关上面，控制这机关的是某种元素的放射性衰变。这元素会衰变或不会衰变，机率各为 50%（衰变放出的辐射可以把这机关开动，会把猫杀死），除非你把这盒子打开，否则不会知道这元素衰变了没有。因此，把这盒子打开的行为，就决定了猫会被杀死或获救①。

如史都华所建议的，看这类问题的一个简单方法，是把它想成一枚旋转中的硬币。硬币在旋转时，既非人头面亦非反面，而是二者的某种混合。可是，要去量是人头而或反面时，你必须让硬币停下来——因而强迫它去选择人头而还是反面②。

换句话说，测量某种特性时，就毁灭了去测量另一种特性的能力。我要再提一次，在日常生活中，这类情形并非乏例可陈。例如，考试时的紧张情绪，就能影响到某些人的头脑是否能作清晰的思考，因而这考试反而变成情绪测试，而非才能测试。标榜报导客观与精确的记者，他们的采访往往也会影响到事件的发展，甚至偶尔会加码加尺创造出这些事件的新闻（无论是有意或无意的）③。一个问题的答案不单单被这问题的形式所决定，还被以下这个因素所决定：是否有这么一个问题存在。

---

① 原注：像我一样的养猫人，会感到奇怪，半死半活的猫居然会变成一种诡论，因为猫经常都是懒洋洋的、呈现半死状态的。我反对这诡论还有一个更实在的原因：猫不是一个简单的量子性质的物体，因此不能冀望它的行为会遵守简单的量子理论规则。请见第六章《突现的性质：多带来不同》。

② 原注：这当然是太简化的叙述。如果量子理论有这么简单的话，物理学家就不会到今天还在讨论争辩它的意义。可是，这个比喻可以帮助不精通量子力学的人掌握这问题的观念。

③ 译注：记者往往为了要强调某事件的重要性而创出新名词。一个嘲笑记者的笑话是，一位好记者绝不会把某单一事件写成未来的趋向，除非有三件类似的事件发生过。

不是有数字就可以了

不管怎样进行量度，在量度过程中的某一点，总会牵涉到用数字来描述某事物，无论这事是否真的可以用数字来描述。以物理学家去描述次原子粒子为例，量子数描述的是某种数量，而把它们凑合在一起，就决定了这粒子的身份。例如，某粒子可以有数值为 1、-1 或 0 的电荷（叫“夸克”的次原子粒子可以有数值为 1/3 倍数的电荷；分子可以有比正或负 2 更大的电荷）。粒子也能有某种称为自旋（spin）的性质——那是整数或半整数（即 1/2）的量。

这些量度是否真的能描述一个原子？从某种意义来说是可以的。研究者能用这些数字把原子合并起来，并且能相当精确地预料它们的性质，甚至于可以从一无所有发明出完全新颖的材料来。

可是从另一种意义来说，这些了解只是近似的。原子不是数字，也不是小型的太阳系。只有它们自己的、非世俗能了解的词语，才能真正去描述它们。或者如天文物理学家艾丁顿所说的，“总而言之，物理学家画出一幅精心策划的原子详图，然后很苛刻地把每一细节都擦掉。剩下来的就是近代物理中的原子。”

可是话说回来，量子数对原子的描述要比许多其他的东西，例如用智商去描述智力，好太多了。这完全是因为物理学家对原子性质之定义的斟酌，比人们对聪明、智慧的定义更加严谨许多的缘故。

不可量度的事物就没有这么明显了。例如，你怎么

去衡量成功？把问题变得容易一点，我们就说经济上的成功，而且把问题局限在国与国的比较。那么，是否有很精确的方法可判断哪个国家在经济上要比另一个国家更成功？

表面上看来，这是易如反掌的事。你只要去量国民生产总值①（GNP，gross national product）就行了。这是这个国家产出的所有货品及服务的总值。可是，如哈佛大学经济学家沈氏（Amartya Sen）指出的，传统的量度数字如 GNP 忽略了某些很重要的因素，如幸福。饥荒也往往和丰富的食物共存，在富有的国家中经常有高数字的饿死现象。沈氏建议死亡率是一个更好的评价，因为它更能反映出一个国家的幸福程度。以这种评价的方法来衡量，美国黑人的幸福程度比许多穷困的第三世界国家的人更差。

数学家亚当斯（William Adams）用了 20 世纪 80 年代美国的经济大繁荣作一个例子，讲出同样的观点。在里根任总统的年代里，美国的经济产出 30 兆美元的货品及服务业总值，受雇率增加，股票市场如弹道一样地直升。可是他主张说，以其他的方法来量度，这个繁荣是一种灾祸。因为从州际公路到公众教育都被忽略了，忽略到几乎要毁灭的程度。因此，在 20 世纪 80 年代末期，美国既是世界上最富有的国家，也是西方世界中教育最贫乏的国家，同时保健程度不合标准，基础设施愈来愈差。

---

① 译注：在台湾，服务业通常指在旅馆或餐馆中的工作。经济学家认为所有不真正生产出实际货品的行业，都属于服务业，如医生、律师，甚至于包括科学家。

云的边界从哪里开始?

做量度时，也要确切知道这被量度的事物打哪里开始，在哪里结束。由于少有实物的边界是很明显的，因此这很可能是近乎毫无希望的工作。举个例子，研究云的物理学家发现，很难去掌握他们研究的对象。云从哪里开始？它看上去很像一团地球上的软枕，可是当飞机飞过它的时候，云的边缘就消失成不定形的蒸汽烟雾。

有一次在我家中，我被家人硬拉去玩“微不足道的知识追求”游戏时①，我回答不出一个问题，这问题问："彩虹里有多少种颜色?”因为虹的光谱是一串连续的频率，这问题是无法回答的——除非，也许可以说有无穷多的色彩②。如怀特（Leslie White）在《数学世界》一书中指出的：人们倾向于认为黄、蓝、绿色是外在世界的特征，任何正常人都可分辨出来，可是知道希腊人和纳奇兹印第安人（Natchez Indians）对黄及绿色不加以区别后（这些人以同一个词来叙述这两种颜色），才知道这种想法不是放之四海皆准的。

一个最恶名昭彰的、把没有边界的东西画出边界的例子，就是人的种族问题。尽管在申请书或人口调查表中常需要填写自己是黑人、白人、亚洲人或其他种族，种族事实上不是生物学上的观念。

---

① 译注：微不足道的知识追求（Trivial Pursuit）是一种美国的益智问答游戏，问的问题都是微不足道的问题，从“007的第一部电影是什么?”（诺博士，Dr. No）到“美国国父华盛顿的农场有多大?”（约8000英亩）等，很风行一时。

② 译注：通常说虹有七种颜色，可是这是主观的看法，因为人眼的分析本领不很好，大概只看得出七种不同的颜色。

确实，从化学意义来说，各色人种混杂在一起，真的就像打翻的油漆一样，你的分子和我的分子不断从我们的皮肤上溜出来，从我们的鼻子中呼出，随着头发及头皮落下。我们互相渗入其他人的空间，就如香水分子从一只打开的瓶子中飘出来一样。

我们的这个停不下来的冀望（想要把事物的边界画得分明，然后精确清楚地量出来），已经造成不少问题，即使在简单的数学中也有。毫无疑问的，毕达哥拉斯对无理数的病态恐惧，来自这些数字本身模糊不清的本质。分数和整数都有分明的边界，而无理数如圆周率 π 或者 2 的平方根没有边界。

对于精确量度的最诡诈障碍，也许是在常态下不被认可的事实，亦即，你只能去量你要寻找的事物、你知道或者臆测一定会在那里的事物。就这方面而言，天文学是一门能令人谦卑的科学，因为似乎每一次天文学家找到新方法去测量宇宙的时候，总会发现簇新种类的天体。20 世纪 70 年代末期，当航海家（Voyager）太空船去拜访木星之前，每个人都以为土星是唯一周边有环的行星。几乎如云雀高鸣一样，有些研究者鼓吹去做一个看看木星是否有环的实验。哈！马上就验证了，它们就在那里。

天文学日新又新

一直到本世纪中叶，天文学家仍只能看到天上发出可见光的天体，可是，即使是这种有限的视野，也释放出不少革命性的发现。伽利略的第一台原始望远镜，锐

利度大到足够做到当时是革命性的发现：其他的世界（木星）也有月球，而天体不是完美的球体（在月球上有山脉、有坑洞）。几百年后，在类似的大跃进中，建造在加州洛杉矶附近威尔逊山顶的百英寸口径的虎克望远镜，发现了在早期望远镜中模糊一团的天体其实是其他的岛宇宙，即类似我们银河系的星系。而如卡尔·萨根提醒我们的话，有亿万又亿万个这些东西①！

而这些才只在起步阶段。今日的天文学家可以在电波、红外线、紫外线、X射线及γ射线的频率范围，看到及听到宇宙的呼声。每一次他们调到新的讯号台，就发现了意料之外的物体：脉冲星、似星体及黑洞。谁知道新世代的重力波望远镜还会发现些什么！谁知道天文学家还想看些什么！一等到他们的视力好到可以看得到其他恒星的行星时，那些行星也就无所遁形了。

每一次天文学家问一个新问题，就等于撕下一层新的表皮。难怪法兰克·欧本海默经常把科学称为：去找寻更紧张刺激的神秘谜底的搜索。

不时有人会发出议论，说天文学家已经找出所有可以找到的东西了，在这间店面中已经没有更令人惊奇的大发现了。当他们说这些话时，我就想起法国哲学家孔德② 说的话，他毫无掩饰地说，如果有可以绝对确定的东西，那就是绝对无法去测量星球的化学组成。在1825年他这样宣称时，想来似乎是稳稳当当的，没有人能否

---

① 译注：亿万又亿万的原文是 billions and billions。可是卡尔·萨根（Carl Sagan，1934－1996）否认他用过这词语，说是电视上的“今夜秀”主持人卡森（Johnny Carson，现已退休）胡扯出来的。见萨根著的《亿万又亿万》，丘宏义译，商周出版。

② 译注：孔德（Auguste Comte，1798－1857），创法国哲学宗派“实证哲学”（positivism）的哲学家。

定。

可是就在19世纪结束之前，天文学家已经学会了如何把星光当做一本书来读。因为每一原子都吸收及放射出某特别频率或颜色的光，光谱的每一条谱线就如一种原子的签字。更厉害的是，从签字的变化，可看出这原子具有多少能量，它的形态是什么，以及它怎么运动。

在今日，我们测量星球化学特性的能力，要比测量地球内部化学性质的能力强些。因为对科学家来说，星球几乎是透明的，而地球则否。

在次原子粒子的范畴中，也有一件奇事。针对同样的次原子粒子，当物理学家设计一个实验去测量波的时候，他们量到的是粒子。通常我们不必和这类次原子粒子提供的混沌答案打交道，因为我们总是和一大堆粒子的组合打交道，而它们的行为可说是正常的，换句话说，他们不会兼具波与粒子的性质。

评比的难题

事物组合成群之后，经常会把量度过程变得靠不住。举个例子，因为几乎不可能去测量（或无法去处理）群体中的每一个体，我们可能就以群体的平均数来代表之。可是平均值的原意固然是用来代表这群体中每一个体，却并不见得能代表任何真正的个体，例如“平均每一美国家庭有2.5位子女”这样的统计。还有，当某人说男孩的数学平均程度比女孩高的时候，就这个男孩与那个女孩来说，这句话根本没能说明什么。

把个体的多种品质拢括在一起，可能要比拿不同群

体来相比更困难。也就是说，你很容易去比较哪一人高些，哪一人行动更快，可是没有一个合理的方法把最高和最快的品质并在一起来比较。更糟的是，当你必须为众多的谋职者排出录取的先后顺序时，若就责任心、聪慧、思虑周到、知识、创造力、个性……整体来看，该怎么评比呢？

避免这种问题的一个方法，是把所有的量度都并合成单一个“优值”（figure of merit）。这是一种把某事物所有重要的品质都加起来，得到了单一个数字，以此来评比的方法①。

美国的小包货品服务公司就用这种方式，把不规则大小的包裹区分等级。基本上，他们是把包裹的腰围加上长度来度量的，就好像把你的胸围和身高加在一起。这是一种没有真正意义的量度，可是很实用。

想来你总想发明出一种可用来比较任何东西的优值，从性感到巧克力慕斯。可是这数字之所以能让你做有用的比较，仍旧有赖于建立这数字时的判断力。

量度总会有误差

最后我要说的是，每一种量度都有物理学家称为的误差棒②。这是一种很特别的图示法，可看出你在应付的

① 原注：物理学家兼作家冯拜尔（Hans Christian Von Baeyr）在一篇发表于《发现》（*Discover*）杂志的文章中，就用了这个方法，去证明维吉尼亚州一座周长 3/4 英里的新加速器真的比欧洲周长 17 英里的正子电子对撞机的威力更大。冯拜尔为了要做这比较，而发明出一种新“优值”。

② 译注：误差棒（error bar）是物理学及其他科学上的惯用术语。在图上标明某量度的数值时，也要标明它的误差值，通常以一直线标在这量度的点上，呈棒状，因此称为误差棒。

事物有哪一种随机误差。在某种情形下，这误差可能比量度的数值还要大，这就建议你不应当把这量度看成有多重要。可是令人奇怪的是，科学论文里的数据经常伴有极大的误差棒，而这些论文作者有时在结论中却完全不理会这个很明显的含意。

赫夫（Darrell Huff）在他的经典书籍《如何用统计来说谎》中，提出了这个不幸是很常见的智商测验的例子。在某个智商测验中，有一人的智商测验分数为98（误差为±3分），而另一人的分数是101（±3分），这测试告诉我们的资讯等于零。这些数字的意义是，这位分数为98的人，智商在95－101之间，而那位得到101分的人，智商在98－104之间。这就是说，测出98分智商的人，有可能比那位测出101分智商的人，智力商数还高上3分。

就如赫夫提醒我们的："不同之所以不同，就在于它能作区别。"

或者如加州理工学院物理学家古德斯坦（David Goodstein）所加上的评语："即使最优秀的物理学家也犯了同样的错误，当他们考学生试时，常把分数看得非常重，好像79分（成绩打C）和80分（成绩为B）之间，真有那么大的区别似的。"



第五章　尺度的问题

你怎样才能把500 000磅的水浮悬在空中，而不用到看得见的支架？

（答案：把它变成云）
——艺术家米勒（Bob Miller）

受邀去游历每一件事物都比我们世界中的要大许多或小很多的世界，似乎带有一种迷人的魔力。去冥想海洋或天空的广阔，或者在显微镜下观看由池塘中取来的污水，或是去想像原子的内在生活，这些行为都把我们远远带离到日常生活之外的领域，进入一个只能依靠想像力才得跨入、极有异域情调的景色中去。

长成巨人的滋味是什么？变成一只小虫的大小呢？爱丽丝吃了一枚蘑菇，就胀大到如美西感恩节游行队的大气球，从她的屋中爆出去；她再多吃一点，就缩小成“不可思议的不断缩小的女人”，她永远的恐惧就是掉到

洗手盆排水口里①。从"一家之鼠"到"金刚"，从"亲爱的，我把孩子变小了"到"拇指姑娘"②，这种能变化大小的观念，对我们的心灵显然有一股极强的吸引力。

有很好的理由去想像，不同尺度的世界也是截然不同的世界。一加一可能大于二；在量上面的改变，可以引起在质方面极大的不同。

当物体的大小有了基本的改变时，就有不同的自然律去管理它，时间的滴答声也因不同的钟而异，新的世界自无中生出，而旧的世界则完全溶化不见。举个例子，有一个奇怪的巨人——当然，毫无疑问的，他高大而强壮。可是高大的身材带来了显然的不便。按照霍登（J. B. S. Haldane，1892－1964）在他的经典散文《大小要正好》中说的，一位60英尺高的巨人，每走一步就会把他的大腿骨碎裂。

原因只是很简单的几何原理。高度只按一维增大，而表面积却按二维增大，体积则按三维增大。如果你把一个人的身高加倍，支持他抗拒重力的肌肉截面积会变大4倍（2×2），而他的体积，因此也等于重量，会增大为8倍。如果你把他的身高加为10倍，他的体重要增加为1000倍，可是支撑他的肌肉及骨骼的截面积只增为100倍。结果是：骨骼碎裂了。

要支持这么大的体重，需要结实而粗的腿。你可以

① 译注：《爱丽丝漫游奇境》的第一章。

② 译注："一家之鼠"（Stuart Little）是根据依比怀特（E. B. White，1899－1985）的童话原著改编的电影。"金刚"（King Kong）是20世纪30年代的科幻电影，一只大猩猩变成了四五层楼高。"亲爱的，我把孩子变小了"（Honey，I Shrunk the Kids）是一位化学家不慎把小孩变小的喜剧。"拇指姑娘"（Thumbelina）为德国格林童话中的人物，描写的是生下来只有拇指大的小孩的故事。

想像一下大象或河马吧，对他们来说，跳跃是完全不可能的，而超人一定只能是跳蚤样大小①。

长得愈大，跌得愈重

跳蚤当然经常表演超人的绝技，这就是现在几乎已绝迹的跳蚤马戏团的科学原理②。这些微不足道的小生物可以拉动比它们体重重了160 000倍的物件，可以跳到它们身高100倍的高度。小生物的体重和它们的肌肉截面积相比起来，使得它们似乎无比强壮。虽然它们的肌肉比起我们的不知要微弱多少倍，可是它们要去拉动的质量更加小很多很多，因而使每一只蚂蚁都成为超生物，跳过高建筑似乎也不成问题③。

巨人跌倒也不行。这古老的谚语也是真的："长得愈大，跌得愈重"。而愈小，跌在地上也愈轻。这原因还是几何。如果一只大象从高楼跌下，重力把它的极大质量重重拉下来，而它那相对说来较小的身体表面积，对空气的阻力则几乎没有。反过来说，一只小老鼠的体积（及质量）小到重力没有什么可以去吸引的，而相对表面积大到就像它有一顶长在身上的降落伞一样。

霍登这么写道，一只小老鼠可以从100码（约900

① 译注：超人（superman）为美国漫画中的人物，来自外星，有超乎常人的威力，能飞，能把高速的火车停下。不做超人时则假装为一位懦弱的记者。"超人"已拍成好几集影片。

② 译注：19世纪的欧洲，流行由训练好的跳蚤来表演的马戏团，观众要用放大镜看跳蚤拉车等绝技。现已不流行，可能已经失传。

③ 原注：按照旧金山探险博物馆（Explotorium）物理学家韩福雷（Tom Humphrey）的意见，粗枝大叶说来，所有生物能跳的高度都大致相同。跳蚤和人都能大致跳到1米左右的高度——很有趣的一个不变数。请看第十四章《诺塞与爱因斯坦：真理的不变性》中的"真与美"。

米）的悬崖跌下，毫发无伤。大老鼠却可能伤重致死。而人呢，必死无疑。而马呢？霍登告诉我们："血肉横飞！"

同样的相对关系，也可以应用在无生命的下坠物体，例如水滴。大气中湿答答地充满了水汽，即使水汽未能以我们所看见的云的姿态出现。可是，一旦一粒微小的水滴开始吸引其他水分子到它的边上，事情就疾速发展了。当这成长中的水滴直径增加100倍之际，它的表面积增加的倍数为一万，而它的体积增加的倍数则为100万倍。大的表面积能反射更多的光，因而使云层变成可以看得见。这个增加了不知多少倍的体积，最后大到能被重力拉下，坠到地面成为雨点。

按照研究云的专家的说法，空气中的水滴同时被静电的吸引力拉住（这电力把水滴拉聚成群形成了云）以及被重力往下拉。当这些水滴很小的时候，它们的表面积和体积相对来说极大，这时是电力在管事，因此，水滴浮悬在空中。一旦水滴的大小大到某程度后，重力就稳赢了。

针头大小的物体几乎察觉不到重力，重力是只有大尺度的物体才能感觉到的力。把分子聚集在一起的电力，比重力强了近乎一兆倍，这就是为什么只要在空气中有一丝一毫的静电力，就能使你的头发竖立起来。

对跳蚤大小的超人来说，这些电力会造成很大的问题。首先，如果他想要飞得比子弹还快的话，会遭遇到极大的困难，因为对他而言，空气就像浓极了的分子汤，从任一方向都可把他拦住。那就像在浓稠的糖浆中游泳一样困难。

苍蝇可以毫无困难地在天花板上倒着走，是因为把它们的脚黏在天花板上的分子胶的胶力，要比把它们微小的重量向下拉的重力强得多。可是，水的电力可像磁石一样吸引住昆虫。如霍登指出的，水分子的电力使得昆虫想去喝水的动作，成为一种危险的绝技。一只弯下身去小水坑喝水的昆虫遭遇到的危险性，就如一个人在悬崖边上弯下腰去采灌木上的浆果一样。

水是最具黏性的物质之一。刚淋浴过的人身上带了约有一磅重（0.5 公斤）的水，可是这几乎不能算是负荷。不过按照霍登的说法，一只刚淋浴过的小老鼠身上带的水，就几乎相当于它的体重。对苍蝇而言，水更具有捕蝇纸的威力；一旦苍蝇身上沾湿了，就会被黏到死。按霍登的说法，这就是为什么昆虫有长的针状吻（嘴）的原因。

事实上，如果你变成昆虫大小，生活中的每件事几乎都不同了。一个蚂蚁般大小的人永远写不出书来，因为一台蚂蚁大小的打字机的键盘都会黏在一起，一本书的书页亦然。蚂蚁永远不能生一团火，因为最小的火焰也要比它的身体大。

不同尺度，不同的力在管辖

把人或其他物体缩小到原子的大小时，就会把现实世界改变到不可辨认的地步，完全成了期望之外的新景色。原子大小的物体，和分子大小的物体或人一样大小的物体，行为全然不同。管理原子大小的法则是量子力学的机率性定律。物理学家一定要极聪慧，才能把这些

量子特性引诱出来，因为在人的大小的仪器中，这些特性根本不存在。我们看到的能量并不是可以很精确定量的一团，而绕着原子嗡嗡转的电子云永远都在机率状态中。只有在很特异的情形下，才能在宏观的范畴中看到这些特性。举个例子，超导现象，这是一种超级有秩序的状态，在这状态中，材料里的自由电子都自动排成队，就如一排整齐跳着舞的“火箭女郎”[1]。由于所有的电子都锁在齐步操舞中，在超导体中的电流可以毫无阻力地流动。

把尺度放大到分子大小时，电力就接管了。把尺度再放得更大，重力就接近了。如果莫里森夫妇（Philip and Phillis Morrison）在合著的《10的威力》这本经典书中所指出的，如果你把手指放在糖罐中，拿出时，手指上沾满了很小的糖粒，是电力把它们沾上的。可是，如果你把手指放在方块糖的罐中，如果有方糖沾在手上，你必定会吓一大跳；除非你存心抓一块方糖出来。

我们知道，所有大尺度的物体都由重力管理，因为宇宙中任何比小行星大的物体都呈球形。原因是，重力把所有物体都拉向一个共同的中心。你我周遭的物体如房屋和山，外观看起来都大不相同，可是山只能那么高，再高的话就要被重力拉倒下来了。在火星上，山可以更高大，因为那里的重力小些。大的物体在和重力挣扎时，就失去了凹凸不平的边缘。“茶杯要像木星那般大小，可没这回事，”莫里森夫妇这么说。当一只茶杯成长到木星的大小时，它的柄和杯缘都会被自身的重力拉向中心去，

---

① 译注：火箭女郎（Rockettes）为纽约无线电城的跳舞女郎队，以整齐及极准的节拍闻名。

直到变成一颗圆球为止。

再多加一些物质，重力的压缩就会把核之火点燃，星球便在核火向外膨胀的压力与重力塌缩的拉锯战中幸存。时间久了，核火燃尽，重力总是赢家。一枚巨星最后会塌缩成一个黑洞。这种现象与这星球周边是否有行星绕着它转，或者这星球最初是由什么样的尘云组成的，毫无关联。

重力很民主，任何东西都可以成长为黑洞。

如果时间的脚步慢慢走……

在小事物的宇宙中，即使时间也滴答得快些。小动物动作快，吃下去的食物的新陈代谢也快些（吃得也多些）；他们的心跳快，生命的长度却较短。大卫斯（Paul Davis）在他的书《关于时间》中提出这个问题：是否老鼠觉得自己的生命很短暂，就像我们常觉得人生苦短？

生物学家古尔德（Stephen Jay Gould）对这个问题的回答是否定的。“小动物滴答得快，生活步子也快，活得短；大的哺乳类活得长，生活步调慢。以体内各自的生理时钟来衡量，不同大小的哺乳类，活的时间大致相同。”

我们都按自己的节拍器打出拍子，走我们人生的路程。可是大卫斯倡议说，所有的生命都分享同一种拍子，因为地球上所有的生物都依赖化学反应为生，而化学反应进行的时间窗口极窄。物理学家佛华德（Robert Forward）的传奇科幻小说《龙之卵》中提到，在中子星上生活的生物，能量是来自核反应；在它们的世界中，每件

事物发生的时间都要快速百万倍以上。地球上一分钟的时间还没有过去，那中子星上许多世代的生物都已经度过了从生到死的循环。

想像一下，如果我们能把新陈代谢慢下来，地球的形象会是什么。如果时间的滴答够慢的话，我们可以看到山的成长，大陆的板块漂移、碰撞在一起。天空中爆满了超新星，彗星会像陨石一样规律坠落到崖岸边上。每一日都会是7月4日①。

我的一位艺术家朋友喜欢作这样的幻想：如果我们能站在离地球很远的地方看地球，可是我们还能清楚看到人群，我们会看到每日有极大的人潮扫过地球；这些人从床上起身，而在夜晚当他们要上床去睡时，又有另一波巨大的人潮起身刷牙——这样的人潮澎湃，从一时区移到另一时区去。刷牙波的起伏，追随着太阳的影子扫过地面。

因为我们只能在我们的时间尺度中看到事物，因此失去了许多观点。

显微镜下另有一片天地

探测我们皮肤表面的世界，可以成为一种令人恐惧的经历。

我知道这一点，因为我试过。我用了旧金山探险馆的一具装了摄影机的可挠式显微镜来看过。膀子上的皮肤显出了令人目眩的景色，有刻痕、皱痕、湿湿的看上

① 译注：7月4日是美国国庆，传统上于这一日大放焰火。

去如巨红木的汗毛——都藏在极大块的秽物之中。须及眼睫毛看上去更令人生厌：顺着睫毛泌出的油水，就如从狗尾巴流下污泥一样。看到皮肤底下毛细管中流动的血球，的确令人惊服，就像看着不穿衣服的自己一样。

更有威力的显微镜，还可显露出所有住在你脸上的生物——挂悬在极细的绒毛上、或隐藏在你的睫毛中。更不必去提那亿万个在你床上和你共眠的，以及隐藏在你的浴巾、面巾里的微生物了。有多少只细菌可以站在一根大头针的针尖上①？也许你不会想知道②。

我们都紧紧握住自己的生活尺度不放，因而错失了生命中不少多彩多姿的体验。加州大学柏克莱分校的微生物学家培斯（Norman Pace）说：“海洋中还有哪些生物？人们只想到鲸鱼和海豚。可是海洋中90%的生物都小于2微米。”

在微生物学家马古利斯与多立安·萨根所著的《演化之舞》③ 中，两位作者指出了“大的生物总要优越些”这想法的谬误。在细胞组成的生物（如我们）于地球上出现之前10亿年中，简单的细菌已把这行星的表面改了观，它们发明了许多人类还在尝试了解的高科技过程——包括以近乎100%的效率去把太阳光转变为能量（绿色植物经常在做）。真的，两位作者指出我们体重（把水减掉

---

① 译注：这是引用一位中古世纪琐碎学派的学者的研究工作，他花了不少时间去研究一枚针头上可以站立多少位天使。现在用来作为不合实际的研究的讽语。这里只是拿来做比喻，不是讽语。

② 原注：要看大开眼界的景色，请去读这本书《秘密屋》，博旦尼斯（David Bodanis）著。

③ 译注：《演化之舞》（*Microcosmos*）的两位作者：马古利斯（Lynn Margulis，1938－），麻州大学客座教授，研究真核生物的演化大师，著名天文学家卡尔·萨根的前妻；多立安·萨根（Dorion Sagan），通俗科学作家，是马古利斯与卡尔·萨根所生的儿子。《演化之舞》中文版由天下文化出版。

后）的10%都是细菌，其中大多数细菌都是我们不能缺乏的，否则人类就无法生存。

再把镜头对准结实的桌子放大来看，桌子变成了有极大空域的空间，偶尔有一粒迷了路的原子核在那里游荡，周边围满了怒发冲冠的电子云。你再把镜头拉到极远，然后快速拉近，这个新世界看起来先是简单，后来变复杂，再变成简单：从够远的地方看地球，只是苍蓝一小点而已；走近些，你看到了气候的模式及海洋；再近些，人就出现在景象中；再近些，所有都消失了，你又回到物质内部的景色——大都是空空的空间。

因此，复杂性也因尺度而变。蛋是否很复杂？从外貌来看，只是一枚平凡的椭圆体，就如木星的巨红斑。蛋的内部，有蛋白、蛋黄，及血管，及DNA（基因），及分子搭接起来的序列……

极小宇宙的奇异与丰富，已到了我们想去掌握都不可能的地步。没有人可以说出比薛丁格[①]更好的话了：

当我们的心灵之眼穿透入愈来愈短的时间、愈来愈小的距离时，我们发现自然界的行为表现，与我们周边可见及可触觉到的物体，行为表现完全不同，因此没有一个按照我们宏观经验所创出的模型，能说是“真确”的。一个完全能令人满意的这类模型，非但在实际上是达不到的，而且可能根本是不可思议的。或者，更精确来说，我们当然可以去思考它，可是无论我们怎样去思

① 译注：薛丁格（Erwin Schrodinger，1887－1961），奥地利理论物理学家，提出原子轨域模型及波动方程，1933年诺贝尔物理奖得主。他所创的波动方程，即现在通用的量子力学方程，名为“薛丁格方程”。

考，都还是错的；也许不会和“三角形的圆”一样的无意义，可是也许要比“长了翅翼的狮子”更没意义些。

正如我们在下一章会看到的，当我们从少转移到多、或从大转移到小之际，那出现的意想不到的魔景，真使人胆怯；而这魔景的诠释能力，却又使我们感到敬畏。



第六章　突现的性质：多带来不同

今日，我们不能看出薛丁格方程中，有或者没有青蛙、作曲家或伦理。

——物理学家费曼①

这句话“多带来不同”（more is different）是物理学家安德森② 说的，之所以这样说，是因为他认为许多人（特别是在他的工作领域中）把重点放错了地方：企图把每件事物都浓缩成它最简化的元素。固然，地球上的每件物体最终都可以分解成为质子、中子、电子、光及重力；可是这过程能不能告诉我们气候、口香糖或者热带雨林的性质？安德森和其他人相信的答案是：极少。想要知道某事物的真相，你需要做的工作比把这事物拆解

① 译注：费曼（Richard Feynman，1918－1988），本世纪最杰出的物理学家之一，以直觉来发现及解释许多物理难题，为量子电动力学（quantum electrodynamics）创始人之一，1965 年诺贝尔物理奖得主。

② 译注：安德森（Philip Anderson，1923－），著名固态物理学家，于 1977 年获诺贝尔物理奖。

成最基本的元件要多很多。

确实，在20世纪早期及中叶，基本粒子物理以令人惊奇的速度大幅跃进。首先发现了电子，然后质子，再来是中子。在20世纪70年代，更发现质子与中子都是更基本的叫夸克[①] 的粒子的包裹。在这时代，也证明了电磁及所谓的弱作用力（与放射性衰变有关的力）之间有密切的关系。似乎在指日可待的未来，物理学家应当可以做到，用几个相比之下较简单的公式来描述所有存在的实体。

至少理论上说来，甚至可能用薛丁格创出的波动方程来描述任何原子，因此，也可以这么说：可用这方程来完整描述任何由原子组成的物体，不至有所遗漏。但是实际上这些方程的数学解太难了，解开的希望渺茫(虽然已有些研究者用了很高明的数学及高速电脑，利用这些方程去设计出新材料)。不过这个想法，说是每件事物都能以“化约”（reduction）至最简单成分的方法来了解，仍然太诱人了，使得许多人都不能抵抗这想法的诱惑。

安德森及其他人认为，化约法的问题在于，你无法单纯沿这条路从这里走到那里（你的目的地），例如从夸克通向宇宙。如费曼注意到的，我们在粒子物理及各种力方面的知识，并不能告诉我们任何与夜色掩护下绿爬虫、或莫扎特的音乐、或十诫有关的任何事。

---

① 译注：夸克（quark）仅有间接实验证据的一族目前所知最“基本”的粒子，其特色为具有正负1/3或2/3基本电荷。“夸克”的名称是由1969年诺贝尔物理奖得主葛尔曼（Murray GellMann，1929－）取名的。已知夸克至少有六种，即下夸克、上夸克、奇异夸克、魅夸克、底夸克、顶夸克。质子及中子各由三枚不同的夸克所组成。理论上，自由夸克绝不可能存在。

“当我们发现（如果我们真的能发现到）及了解了物理中的全套最基本的定律，而且这些定律基本到不可再化约的程度时，”物理学家威尔西克（Frank Wilczek）说：“可以确定的是，我们依然不会从这些定律知道上帝心中想的是什么（霍金的看法正好相反①）。我们甚至于也不能从这些知识去了解蛞蝓的心智。在目前，对蛞蝓心智的研究，大概可说是神经科学的最前锋研究。”

宇宙中充满了许多我们无法以化约法了解的事物——也许永远都不能了解。每一次当你从夸克跳到原子、跳到口香糖、跳到生命、跳到星系的时候，总有新的事物突现（emerge）而出，这些新事物都不能以在低阶的作用来解释或预测到。在1997年的一篇发表在《科学》期刊的文章中，安德森这么写道：“心理学不是应用生物学，生物学也不是应用化学”。

量变引发质变

心智的基础是物质，可是很显然的，它包含的要多得多。最完整、全无遗漏的关于水分子的知识，也无法让你预测风暴。每件事物，从云到生命、到超导体、到音乐，都是很深刻的在质方面做了改变，这种改变发生于某些东西组织在一起的过程中。有些事物更是只在大量元件组织了以后才出现，而在少量元件中根本不存在。换句话说，多带来不同。

物理世界中充满了这类例子。在原子中的电子排列

① 译注：威尔西克是著名粒子物理学家。霍金（Steve Hawking，1942－）是当代最伟大的相对论专家，剑桥大学教授，《时间简史》的作者。

方式，最后就决定了材料的性质如颜色、导电性、质理、强度等等。可是单一的原子没有粗糙、易碎、或甜味这些特性。物质的“相”的改变，就如温度降到华氏32度以下，水会凝结成冰一样，量方面的改变可以造成质方面的改变。一个单独的水分子不能结成冰，就如一个单独的碳原子无法具有钻石的硬度及光泽一样。

“多带来不同”这个构想，提出一个可以解决“薛丁格的猫”诡论的问题（也可以解决许多其他的量子力学难解之谜）。如史都华及寇恩指出的，一只猫大约有10^{26}个原子——这数字是1后面跟了26个零。这猫也是一种突现的性质，在单一原子大小的尺度中根本就不存在。你可以学到所有关于组成猫的原子的所有特性，可是这些学问仍然不能告诉你，这只猫是否会去抓破你的家具或睡在你头上。

同样的，个人的行为常与在群众中的行为不同。群众歇斯底里症①不会发生在一个人身上，就如一个人的病不能称为传染病一样。事实上，群众的行为要比单独一个人的行为更易于预测。这事实也同样可以用在无生命的物体上。把一枚硬币向上抛，不管你把这硬币向上抛多少次，你仍旧不能预测下一次它掉下时是人头向上或向下。可是如果你把这硬币抛了100万次，你可以很确定的说，约有50万次人头会向下。虽然没有任何赌场可以预测在丢出一枚骰子时，什么数字会出现在上面，但他们会有某种信心去预测在丢掷很多次后，结果应当是

① 译注：歇斯底里症（hysteria）是一种不可控制的恐惧或情绪的爆发，如听到某坏消息后反而不可遏止的大笑起来。群众歇斯底里症（mass hysteria）是在群众中发生的这种一传二、二传四……的情绪爆发，经常因此而引起暴动。

什么。这就是他们怎样赚钱的方法。

从某种意义说来，所有自然界的模式，从满开着花的树到汹涌澎湃的海洋，从高山到无毛熊，都是从简单的次原子粒子间的作用中突现的性质。在时间的陶冶之下，这些突现的性质加起来的总数，要比各成分的性质加起来的总数大得太多了。

时间本身也可能是最终的突现性质。单一的粒子可以在空间及时间中向前或向后走，而这根本没有任何不同，你也没有办法分辨出哪个粒子是哪一个。原子尺度唯一能存在的时间是原子自己内部的钟——原子振动的频率。可是把一批原子放在一起后，你不难发现，时间箭头的方向总是指向无秩序的状态。如果不采取任何措施，食物总会臭坏，皮肤会皱起来，油漆会剥落，山会风化。可是在任何的原子中，都找不到有这一类冲往无秩序状态的征兆。

在某种意义上，“多带来不同”就是数学对这句老谚语的说明：最后放上去的一枝稻草，能把骆驼的背压断[①]。在某一点，“多”就能把所有的东西都改形变貌。

神奇的转捩点

在社会政策上也有一个很具教育性的“多带来不同”的类比。这是由哈佛大学经济学家谢林（Thomas Schelling）首先发展出来的，目的在研究住宅区的种族隔

① 译注：这是一句来自阿拉伯的谚言。如果不断把稻草堆放在骆驼的背上，总会到了一个临界的情形，骆驼吃不消了，再放下一枝轻如羽毛的稻草就会把骆驼的背压断。

离。他研究：要有多小的（或多大的）量方面的改变，才能在质方面引导出极大的改变。例如，假定有一个黑人家庭搬到白人区去；另一家又迁人，又另一家迁人……要到哪种程度，白人家庭才开始会想要搬离这个社区（或反之）？

谢林把这一点称为转捩点（tipping point）。他发现这个转捩点极为敏感：在量上很小的增加（在这个例子中是黑人家庭的数目）可以导引出极大的后果，大到能把一个黑白混居的社区，在短时间变成完全只有黑人居住的社区。

数学家卡斯提（John Casti）说，对他“受过物理训练”的眼来说，这个转捩点看起来很像是水变成冰时的相变（Phase transition）。只要把温度降低一度，不定形状、可流动的液体马上变成可以保持它固有形状的固体，不再变化。

这类的转捩点似乎总在人数被压倒的少数族群中扮演某种角色。例如，有些研究结果显示，念物理的女生常感到遭隔离及不受欢迎。这种感受要等到物理系的女生数目达到15%左右，才有所转变。达到这一点的时候，气氛的改变大到把物理从无可忍受的冰冷领域，变到一个可以留居的环境（即使还不是一直都很温暖的环境）。

就别的场合而言，转捩点可以用来解释看上去似乎无法解释的社会行为的突然改变。格拉德威尔（Malcolm Gladwell）在《纽约客》杂志中写了一篇文章，以纽约城无法解释的犯罪率直线下降为一个主要的例子，说明转捩点能做出什么事出来。纽约城的犯罪率原本一直是全世界最高的，前几年突然以极大坡度直线下降，降到美

国各城市的第 136 名，与爱达荷州波夕城[1] 的犯罪率类似。"美国可能再没有哪一个地方的犯罪率能跌得这么低、这么快，"格拉德威尔这么写道。可是这事是怎样发生的？多年以来，纽约城一直忙着加强警察巡逻的方式，把涂鸦去除等等，成果有限。没有任何一项作为可以解释这个急剧的改变。在这些逐渐增加的小规模努力，和突然冒出来的巨大收获之间，似乎有极大的矛盾。

格拉德威尔把这个犯罪率问题和流行病相比，他用了流行病学的数学方法来分析这个问题。因为，一点点的改变也能把感冒变成流行病，突然就达到了临界量，这时所有的事件加速进行的程度似乎到了不可收拾的地步。格拉德威尔说，流行病学家也把这现象称为"转捩点"。

这个分析的教训就是，因和果之间没有一个简单的关系[2]。你可以把稻草不断的堆在骆驼背上，什么事也不发生，直到你把一枝跨过临界质量的稻草丢上去，这个小改变就会产生一个极大的后果。在这个临界点之前，即使相当大的改变，也似乎只有令人失望的小效应。

这个分析甚至于可以应用在负的效应上。例如，有许多研究发现，喝酒的孕妇生下的婴儿会有胎儿酒精性症候群。可是有证据显示，对未出世的胎儿的损害只在某临界点之后才会发生，例如，每日喝好几杯酒。

格拉德威尔说，这在公众政策上的涵义是，在没有考虑到转捩点之前，先不要仓促跳出一个断言，说某些

① 译注：爱达荷（Idaho）是美国中西部人口较少的一州，以出产高品质马铃薯闻名。波夕（Boise）是它的州政府所在地。
② 原注：请看第七章《侦测的数学》。

社会政策是有效益的或是失败的。例如，我们不要下断言说，救济金制度不能协助人们脱离穷困，因为这制度尚未达到它的目标①。我们不应当下断言说，花在内城（贫民区）学校的钱是浪费掉了，因为所得的效益和花下去的钱不能相比。也许，我们只是还没有达到转捩点罢了。

① 译注：美国的救济金制度（welfare system）创于20世纪30年代，发救济金给无法维生的人。可是结果造成领救济金族，一代又一代地领下去。所有的人，不管是赞成社会应当把财富分给穷人的人或是反对不劳而获的人，都认为这种救济金制度有问题，可是提出的解决方法不一。后来救济金制度在20世纪90年代中做了改革，用以工代赈的方法，鼓励及逼迫领救济金的人去养成工作的习惯，去学习工作的技能。按现在的制度，除非有身心方面的残障，每人一生只能领五年的救济金。



第七章　预测的数学

不可能把现代物理诱入“可完全精确预测任何事物”的圈套，因为它从一开始就是用来处理机率的。

——艾丁顿爵士

伽利略号太空船在太阳系中巡航长长的六年后，于1995年的12月抵达这颗巨大的行星——木星，这是它在太阳系的轨道中，环绕过地球两次及金星一次后的终点站，旅程长度约为23亿英里。

在到达之前数月，伽利略号放出在它的腹舱中藏了六年的一艘专事探测的子船。这艘七英尺高、锥形的子船是设计来钻入木星云层上的一个缺口，要很精确地在母船经过云层缺口上空时钻入，以便让这子船把搜集到的数据传送到母船上去。这是第一次人类把一般探测子船降落到一颗由气体组成的巨行星上。

这是一个花了很多心思的操纵。这探测器一定要精确钻入云层缺口，就如注射针要精确插入皮下的血管一样。如果钻入的角度太浅，这探测子船就会被这行星的

大气弹回太空，就如在池水上抛石掠过水面一样；角度太陡峭，在它能送回数据前就会因为与气体剧烈的摩擦燃烧而毁损。

如全世界都知道的，在1995年12月7日下午，太平洋时区时间5:06的时候，这微小的探测器不负众望，潜跳人木星的轻淡柔和色彩的大气中，其干净利落的程度真可以拿到 -面奥运金牌。且不论这旅程牵涉到的时间长度及距离有多大，它到达目的地的表现，可以说是如画一般的完美。

这种极辉煌的成功，诱引人们去相信科学能作极好的预测：下一次的地震、下一个得癌症的不幸人、下一次的股票市场崩盘、20年或200年后的全球气候。

可是没有比1994年发生在洛杉矶的大地震，更能令人感受到挫折感的了。张眼巴望的这些无助的记者，尝试着恳求地质学家预测下一件要发生的事是什么；而这些地质学家也有同样的挫折感，尝试着去解释，他们做的研究工作中不包括预测。

预测，不是科学的目的

“科学拥有一颗能精确看到未来的水晶球”这想法，就和科学一样古老。曾经担任拿破仑私人数学家的拉普拉斯[①] 曾经斩钉截铁地说过，任何一位有智慧的人，如果知道在某一瞬间所有粒子的正确描述，就能很准确地预测未来。“对这样一位大智者来说，”拉普拉斯这么写

① 译注：拉普拉斯（Pierre - Simon de Laplace，1749 - 1827），法国名数学家及政论家、哲学家，拉普拉斯方程在工程物理中应用极广。

下："没有一件事是不确定的；未来就如过去一样，在我们眼前展开。"

换句话说，预测未来，仅仅是一种搜集足够资讯的工作。理论上来说，未来已经被过去发生的事件锁在现在之内。要想寻找到你要的预测，唯一需要的就是知识。

诚然，天文学家已经能以超凡的洞察去预测天体的运动，能预测数百年甚至数千年后的日食及月食、行星的会合、星球及星座的运动（更不必去提如伽利略号等人造卫星了）。

可是预测既不是科学的目的，也不是它所擅长的。如果要说真话，那物理学家连预测一个乒乓球要从桌子对面的哪一点弹回来都做不到。有个关于科学预测的矛盾（一方面可以做到极佳的预测，另一方面只能做到令人胆寒的不精确预测），显然出现于最近一次发生在洛杉矶的月食。有许多人集合在一起要看公元2000年之前发生的最后一次月食。虽然天文学家精确如针尖般精细地定出了地球影子要开始"咬月"的时间，可是在洛杉矶的格力非斯公园天文台前聚集的数千名庆祝者，都无缘看到大部分的这次天体表演。问题出在云层从南部过来，把月亮遮掩住了。虽然科学家能预测数世纪后月食发生的时间，但他们无法预测从这一瞬间到下一瞬间的天气。

许多关于科学预测的误会，可以追溯到这句看似天真无邪的语句："这理论预测……"理所当然的，人们把这句话解释成"能去预测"，就如未卜先知的预测一样。可是科学只能预测现在。

举个例子，爱因斯坦的相对论预测，从远处来的星光在经过如太阳这类质量很大的物体旁边时，会被其重

力场所弯曲。爱因斯坦并不是预测下星期可能要发生的某事件。自从有时间这个东西以来，星光走过重物体旁边的路迹都被弯曲了。可是在爱因斯坦做这个预测之前，没有人想到要去寻找这效应。爱因斯坦做了预测之后，当第一次世界大战的战火冷却到可以让人们继续从事科学探险时，艾丁顿爵士就带队旅行到南非的好望角，在日食时分（正是可以看见太阳以外的恒星之时）去测试爱因斯坦的理论。艾丁顿发现，从这恒星发出的光按爱因斯坦的理论的预测弯曲了，因而证实了这预测（因而把这理论加上些分量）。

爱因斯坦的理论也预测，空间可以弯曲到把自己压缩成黑洞的程度。再一次，他没有预测说，他认为在未来的某时刻黑洞会突然出现。他的意思是，黑洞就在那里等待我们去观测，如果我们真的能想出朝那里去观测及如何去观测。虽然黑洞的证据还没有像星光的弯曲那么稳当地建立成形，大家一般的意见是，已经找到黑洞特性的征迹了——就如爱因斯坦预测的一样。

预测只是路标，不是目标

在科学园地中，内容改过的同样故事，已一次又一次述说过。当赫兹听到马克士威① 的理论，说光是在空

---

① 译注：赫兹（Heinrich Rudolph Hertz，1857－1894），德国物理学家，发现电磁波，奠定了电波通讯的原理。现以他的姓来做频率的单位。一赫兹等于每秒一周（振荡一次）。马克士威（James Clerk Maxwell，1831－1879），英国物理学家，剑桥大学第一位实验物理教师，对电磁学和气体动力论有重要贡献。他把18世纪所有在电磁方面的研究结果归纳成一套电磁方程组，是终结的古典电磁理论。理论推断有电磁波存在；物理学家认为是19世纪中最伟大的理论。爱因斯坦说过，马克士威的理论是自牛顿以来，最出色、最有影响力的理论。

间不断波动的一种电磁能量时，他“预测”说，会有一种比人眼看得到的光的波长更长很多的波。如果可见光能被上下起伏及流动的电及磁的变化所产生，有什么理由会去阻止较慢的振动产生？或者阻止更快的振动产生？结果是，慢的振动是无线电波，而快的呢，是X射线。

同样的，化学家也可以按照他们对周期表及量子力学的知识，“预测”化学反应的结果。他们预测的是，在某些条件下，如果某些元素放在一起，会发生些什么；而不是预测下星期要发生些什么。

不必说，这类的预测与“预测尚未发生的事件”之间，有很大的不同。科学的预测不大像气象预报，而像一连串的思考：如果X发生了，那么就会有Y。如果云密集了，就有雨。如果有弯曲的空间，就有黑洞。理论愈好，就可以更准确地指出在哪里及如何去证实你的怀疑。

可是预测很少是目的。预测是用来测试理论的轨迹是否正确，是否朝正确的方向前进。如果理论的预测是错误的，这显然就指出了必须改变思考途径。预测是走向了解的路标，而不是最终的球门柱。

举个例子，地质学家研究地球及行星的构造及其组成的岩石及矿物。不时，他们推出一个理论，这理论必须以一实实在在的预测来测试。例如，如果大陆板块在地表上漂移，把大块的陆地及海洋地壳一起带着移动，那么这些移动一定会在它们漂移以前的所在地留下些痕迹及证据（的确有）。如果地震是由板块互相撞击所形成的，那么地震应当主要在断层处发生（的确如此）。

这些研究中没有一件可以协助地质学家去预测下星

期某时间，洛杉矶城中的窗玻璃会被震破，高速公路会被地震隆起。可是这些研究的确能协助地质学家去了解地球内部的运动。而这就是科学终归要告诉我们的：如何及为什么，而不是在哪里或什么时候。

但是，有时即使是科学家也会忘记这一点，尤其是当科学家的构想在大众媒体发表的时候①。例如，在过去十来年里，有一个极为热烈的争辩，是关于宇宙以何种形态终结：是否永远扩张，就如大霹雳以来一向如此的？还是它的扩张会反向，反弹回来，所有物体的重力把宇宙拉缩，把自己压缩回一个无穷小的空间，而以后又爆炸开来，出现第二次大霹雳？

在第一种情形下，宇宙死得很没面子，像一个摊在阳光下的三明治，瓦解得一团杂乱；而在第二种情形下，我们还有二次创世的机会。未来带给我们的将是什么呢？

这个问题的答案，系于宇宙中的物质有多少、形态如何。许多宇宙学家认为，宇宙中多达99%的物质是某种尚未探测出的物质②。对我来说，“为什么组成人类及我们居住的地球的物质是宇宙中的怪物”这个问题，要比“宇宙如何终结”这个问题来得更有趣。可是不管是哪个问题，预测的准确性仍有赖于我们现在的知识的正确性，而了解才是终极目的。

---

① 原注：包括本书作者也会忘记这一点。

② 译注：这种尚未探知的物质称为“暗物质”（dark matter）。许多星系的重力场要比看得到的星体能产生出的重力场大得多。几乎每一星系都是这种特性。唯一的解释是，这些额外的重力场是被某处不知其性质的物质所产生的。现在一致公认，这种不知其名的物质绝不可能是我们熟悉的物质，即由质子、中子及电子组成的物质。到现在，除了可以测出暗物质的重力场外，其他去尝试直接测到暗物质的实验都不成功。

了解才是终极目的

也许可以把科学能做得很好的这类预测，说成“模式的认知”[1]。伽利略太空船能抵达它的目的地，并非依赖预测未来，而是因为它追随了详尽已知的模式，因而抵达从逻辑得到的结论（目的地）。运动中的物体在太空中巡弋、跌入及绕行天体时，它们追随的是我们知道得很详细的路径。如果你知道这些模式，这事就简化成：仅仅只要做些计算，就可以把伽利略号送到它的目的地木星去。

同样的，海王星的发现来自某位天文学家的预测，因为他观测到天王星轨道上的一点小波动。显然。有某物体把天王星从人们冀望中的运动模式上拉离了，这模式上的偏差指出，天王星外部还有另一个天体对它产生了万有引力。于是在 1846 年，海王星就在理当现身的绕日轨道上被发现了。

模式重复的出现，这事实能让我们把自然律公式化。例如，力等于质量乘以加速度。每一次都灵。

就是基于这个理由，许多科学家接受了在其他世界中生命存在的可能性。在宇宙中碳原子都是完全一样的。如果条件（压力，温度……）正好，它们会与其他原子以同样的模式接合在一起。就如氢和氧于地球的两极上接合在一起形成冰，在木星的卫星木卫二（Europa）上情况也完全一样。

---

[1] 原注：模式的认知（pattern perception）就等于，你把物理定律看成：把交互作用的模式加以编码而成的公式或方程式。

物质被宇宙中的力变成有组织的列队，而碳也如同其他的元素，喜欢把自己安排在某种已定的模式中。在极高的热及压力下，碳原子连接在一起，形成强而紧密的四面体，成为能把光折射及分离出晶莹辉煌颜色的钻石。如果把碳原子安排成如鸡笼般的六角铁丝网形状，碳就变成了滑溜溜的石墨，做铅笔或润滑剂都很好用。

端看周边的环境如何，碳原子将会倾向形成同样的模式，这次同下次都一样。在地球内部的钻石和在土星环上的钻石完全一样。

因此，不必感到那么奇怪：许多科学家们都愿意去预测以碳为基础的生命是相当普通的——只要条件对，包括有水、中庸的温度、稳定的环境、受保护不遭辐射与能量的轰击，以碳为基础的生命就会诞生。这样的环境很可能已经存在于古代的火星上，也很可能还存在于木卫二的冰冻表面底下、有水的世界中。

一切有赖观测的模式

从模式的认知而来的预测，可能是基于对自然的深刻了解；可是也不一定如此，毕竟人们在知道运动定律之前就能预测行星的运行了。我们以关节酸痛及鸟低飞的现象来预测快要下雨，所做的也是同样的事。不必是科学家，也能预测潮水的流动及涨落，或者不必是医生，才能知道爱哭闹的婴儿可能生病了。元素周期表能让门捷列夫[①] 预测若干尚未发现的元素，虽然在当时还没有

---

① 译注：门捷列夫（Dmitri Mendeleyev，1834－1907），俄籍化学家，创元素周期表。

坚实的原子理论。

物理学家法兰克·欧本海默[1] 说，预测“仅仅依赖于‘观测到的模式一定会重复出现’这个假定。商人、政治家、父母、艺术家及医生的成功，乃是基于对模式的微妙认知……物理学家、心理学家、经济学家等的预测，绝不会和其他人不同。”

可是，有时跟随模式能把人（甚至于科学家）带到极错误的歧途上去。这是因为不是每一件事物都沿着直线从这里到那里去的。你能作这样的预测：如果我开始从这里往街口沿直线以同样的步伐慢慢走，半小时后我就走到了街口的小店。可是如果在我和小店之间设有路障、或者有一只恶犬，我这段路程所需的时间就要长些。

更基本的问题是，许多事物都不是按直线模式变动的。例如，儿童的成长不是无限制的；在青春期末尾时，就慢下来了。在他们长得太高太大、骨骼支持不住之前，生理煞车系统就会把成长制止住。又如，许多事物是以规则性（及不太规则性）的周期摇摆着：气候变暖、然后变冷，流行病来了又去，股票市场上升、下降。

在这些例子中，去尝试预测未来倾向的研究者，经常依赖一种叫做“曲线拟合”（curve fitting）的方法。在这方法中，研究者先去找一个可以描述目前存在的模式的数学函数，然后以这函数把这模式延伸到未来去。假定你要去描画出某一位电影明星的知名度升降，或者描绘癌症罹患率、或利率的变化，你就先找到一道能描述

① 原注：本章全部的资料都来自法兰克·欧本海默在这题材上的观点。

这曲线的方程，然后把这曲线沿着同一方向延伸过去。理论上来说，对于这动态的正确描述，应当能让你有信心去以外推法（extrapolation）推测未来。

问题是，这同一曲线经常可被不同的方程来描述。作家及生理学家陆特伯斯坦（R. Root－Bernstein）叙述了过分依赖这个曲线拟合方法去推测未来的危险，他指出许多很有名的失败，例如，预测爱滋病的散播或全球温室效应的威胁。（这不是说全球变暖并非真实的，而是说，根据过去的趋势去预测未来是需要技巧的。）

陆特伯斯坦的论点是，我们首先需要对这些基本现象有更深入的了解，需要对气候、疾病、人口问题研究得更多，才能有凭有据地去预测未来。伽利略号太空船能找到木星，是因为我们对天体力学的了解极为详细。可是对许多其他的科学来说，并不如此。转捩点就是一个好例子，证明成长曲线不按预计中的路径行事。

都是机率做的好事

唉，即使有完整的了解，也不一定能让我们预测未来。看来自然界似乎费了心机，把许多看上去很简单的模式认知也弄成不可靠。例如，无论知道了多少原子的行为模式，也不能让你去预测在某一时间某个原子在哪里。你能得到的最好结果仅是机率。或者，如果你能精确定出一个粒子的速度，就无法精确说出它的位置。鱼与熊掌不可兼得。

大自然在物理学中所费的心机，就是海森堡的测不

准原理①。次原子领域的这种古怪含糊，似乎很自然地限制了我们能知道些什么。拉普拉斯的大计划，要去找出宇宙中每一粒子的位置及其运动的详情，变成了理论上不可能的事。我们无法从原子的尺度把这资讯拉出来。更糟糕的是，物理学家霍金创出理论，说是资讯可以消失在这宇宙中不断蒸发的无底黑洞中，消失得无影无踪——关于这些粒子以前是什么形态的资讯，一丝一毫都不留下。

可是，即使没有海森堡，在物理学家的理想撞球世界② 以外的地方，要作预测也几乎是不可能的事。例如预测从尼加拉大瀑布掉下的某一滴水要掉在哪里，也远在我们的能力之外。简单地说，做这事需要的资讯太多了。

或者请想像一下，要预测一位棒球选手把球打向右外野所需要的资讯的数量。你需要的资讯有球的速度及它的自旋、它的材质、各表面的交互作用、棒球选手的臂力及其肌肉骨骼的构造，还不提风、温度、湿度等等呢。牛顿力学够简单了，可是现实世界加进去的佐料，使得这问题变成压倒性的复杂。你还得再加上这个可能：某人可能丢入场中一个爆玉米花的盒子，刚好砸到这球，

---

① 译注：海森堡（Werner Heisenberg，1901 – 1976），德国理论物理学家，量子力学的奠基者，1932 年诺贝尔物理奖得主。海森堡于 1927 年提出测不准原理（uncertainty principle），指出：某些成对的物理量，例如位置与动量、时间与能量，不可能同时测得极为准确，其中之一测得愈准，另一个就愈不精确；若是其中之一完全确定，另一个的误差则变成无穷大。测不准原理为量子力学的基石。

② 译注：理想的撞球世界如下：古典物理研究二体撞击问题时，用的是理想的撞球，即只有大小及质量，打上去不会旋转的，且桌面没有阻力。可是玩撞球的人就会告诉你，最重要的撞球技巧之一乃在如何使球旋转。这里的正文指的是最理想化的情形，把一切能使问题复杂化的因素都去掉。

或者一只鸟可能飞撞到这球。

“棒球选手对这类事的预测，要比物理学家的预测可靠得多，”法兰克·欧本海默这么写道：“可是这种情况还是简单得可笑，它还算是能被物理学中最可靠、几乎完全的数学构想所描述的情况。”

把海森堡在量度上的限制，与现实生活中普遍的复杂性加总起来，已使得要精确预测某类事件，几乎不可能。“统计学上的预测，即机率，”物理学家莫里森写道：“也许是所有20世纪的科学发展中最典型的特性。它代表我们对现实的认清，我们不能声称我们知道所有事物的成因，因为这些成因太多、太多了。”

进入复杂科学领域

因此，也许可以这样说，今日数学最热门的领域之一就是“复杂性”（complexity）理论——从本质上来说，这是“不可预测性”的理论。从某方面来说，它是海森堡原理的现代版。

这是很奇怪的园地，因为它囊括了从经济系统到人的意识、从星系之形成到云的行为、从地核到星球演化之间的每一事物。可是它的中心思想却很简单：拿任何一件简单的事物，例如一滴水、一颗恒星、一个中子；每一件事，如果单个来看，都是可以预测的，可是一大把放在一起，你就有了云、星系、心智，有了不可预测的现象。

以钟摆为例，这是可预测性的缩影，可预测性高到我们把时间的流逝都系于钟摆的摆动。可是如果你把这

几个钟摆串在一起，使一个钟摆的运动能影响另一个，它们就开始以不能预测的方式抽搐、东歪西扭，如急流中的溪水不听使唤。

原因是，在复杂系统中，每一部分都影响到其他部分的动作，造成了紧紧织在一起、无法解开的因果关系。这是一种蜂拥而来的影响力的聚集，每一小片拉扯住其他的小片，因而产生出突发及无法预料的效果。

像这类不可预测的系统，一直到最近都还排除在严密谨慎的物理学门外，门里最喜爱的事物仍然是素行良好的撞球。物理学家所发掘的自然律，似乎不能延伸到这类不听话的东西，如气候及水的湍流。

当然，这些系统的“演员”都按照清楚明白的牛顿定律行事。每一个氧原子和氢原子、每一个水分子、每一股风，都像那些绕着太阳稳定运转的行星[①]一样，遵从同样的自然律。可是，有些系统是可预测的，而另一些却不能[②]。

复杂科学专家克洛区菲（James Crutchfield）解释这个区别如下：这个次系统中的因果网络可以缠结到某种程度，使得产生出的行为模式变成相当漫无规律。只有在隔离状态下，大多数系统才能不受混沌的影响。

---

① 译注：其实不完全如此。即使在行星的系统中仍旧有不可预测的例子。例如，冥王星（Pluto）的轨道就无法准确预测，因为要决定它若干周期后的轨道，就要知道它的行动参数（速度、方向、位置）到很高的精确度。当然，对我们来说，这种不能预测性是理论性的，因为它绕日的周期为数百年，要数百次绕日后这种不可预测性才能显现出来。可是有许多小行星的轨道也属于这种“混沌”（chaos）的例子。有些这类小行星的轨道可以因此而突然改变。如果突然改变后能撞上地球，就会造成大灾祸。6500万年以前有一枚约为10公里大小的小行星撞在墨西哥南部的海湾边，造成全球性的灾祸。科学家认为这是使恐龙灭绝的原因。

② 原注：以长远的眼光看，即使牛顿定律终究也会引起混沌，因为不可避免的不规则性最后还是会爬入最可预测的系统中，然后就由指数放大把它增值。

在复杂系统中，反馈回路把所有的元件都连结在一起，使得某元件能影响下一个，而这个又去影响下一个……。奋力去了解行星天气系统的气候学家，就被卡在这些无尽的反馈回路当中①。工厂及汽车放出的二氧化碳能把地球的热量留下，因而可能造成全球暖化现象。可是绿色植物以吸进二氧化碳维生，可能（只是可能而已）在高二氧化碳的环境中旺盛。如果全球变暖导引出植物的猛长，那么当这些植物吸入大部分的二氧化碳时，就可以导引出全球变冷。

而在气候控制上，云扮演的角色更是缠结在一起，而且更加暧昧不明②。

类似的缠结也把许多公共卫生问题的真正起因变得暧昧不清。例如，为什么这人得了癌症而那人没有。基因、环境、行为都以太复杂的方式互相作用，使我们无法把这些作用解开（只除了一些很戏剧性的例子，如抽烟和肺癌间的关系）。这就是为什么当某人宣布说，现在被控为“大学炸弹者”③ 的人，他从沉默的数学家到谋杀者的转变，可以完全用纯基因学来解释时，大多数观察家都表示怀疑。能使人改变的影响不是那么简单的。

反馈回路也依次被指数式放大来推动，在这放大过程中，每一小小的改变很快就乘在一起，成为主要的大

---

① 译注：反馈回路（feedback loop，回授回路）是电子名词，即把输出送回输入。反馈可以有正有负。如果是正反馈，就能使讯号无限度地放大下去，成为振荡器（音响设备中如果把麦克风放在扬声器附近，就会自动振荡发出尖音）。在任何系统中，反馈圈的意思就是把“果”反馈回去变成“因”的一部分，因此能使简单的“因果”关系复杂化。

② 译注：暧昧的原因是，高空的云（大部分是冰粒）能把地球放出的热量反射回地球，因此可以与二氧化碳一样把全球变暖。可是低空的云则把太阳的能量反射回太空去，使地球冷却。因此云的角色很暧昧。气候学家在这方面尚无定论。

③ 译注：请见《前言：有人情味的果实》第3页注释①。

后果。即使在撞球游戏中，克洛区菲指出，真实世界里的这游戏很快也会变成无法预测。例如，一位游戏者首先打一球，这球就撞上所有其他的撞球。这位撞球手能预测到我多少时间以后的结果呢？克洛区菲这么问。“如果这位撞球手完全不去理会小效应，即使这小效应有如星系边缘上的一个电子的重力，一分钟后他的预测就会完全错误。”

爱克兰德在他的书《碎了的骰子》（*The Broken Dice*）中，把这个过程称为“指数式的不稳定性”，而这就是在我们都很清楚的无常气候背后搞鬼的动力。“例如，我们知道在气候学中，如果没有去干涉它的发展的话，一股气候骚动的威力，每三日就要增强一倍。如果环境稍变一点，例如，若某人点了一支蜡烛，这好像对气候一点影响都没有。可是，这效应可能随着时间的过去而以指数的方式放大；如果它每隔三日放大一倍，那么每隔一个月，其值就要增加1000倍，每两个月就要增值100万倍，每年要增值10^{36}倍。”

这意义就是，爱克兰德这么说：“如果我们要知道一年后的气候，就必须把所有每一件事的效应都包括进去，从亚马逊雨林中飞翔的蝴蝶到教堂中点的蜡烛。”

复杂性及混沌理论是近来最热门的科学①；可是有趣的是，在30年前，远在这些构想变时髦之前，法兰克·欧本海默已写下关于要去预测像气候这么复杂的东西的危险性：

① 原注：虽然这些学科很时髦，有些科学家指出，它们还没有被证实有什么特别的功用，也没有产生出几个可以去测试的预测。

即使是搜集一项数据，或做个简单的实验，已经是很困难的事。例如，要去预测湿度而不会被外来的因素所影响，或者测试的结果不会被我们的测试探针所改变，已是够难的事了。如果要把所有其他能影响气候的因素都加进去，这件工作就变成不可能。首先，有许多和自然有关的事物，是我们不知道的。其次，有太多的事情可能发生，因而使我们的预测错误。

奇怪的是，有些最准确的预测是基于机率的。在某种意义上，这就可以解释为什么在某些物理的角落，预测工作做得很好，无论它天生就藏有不确定性。例如，即使放射性原子的衰变或粒子间的交互作用全然是机率性的，可是这些预测却非常精确。这是因为就平均而言，机率是高度可预测的。因此，即使我们不能说明年哪一人会在汽车意外事件中丧生，我们却可以很容易预测有多少人会死亡。"

在某些情形中，我们被迫去依赖从现在外推到未来的预测，因为根本就没有其他的方法。我们不能等到宇宙末日再去看后果为何，也不能旅行到一颗恒星的核心去认知核反应。我们不能等到一些可能发生的趋势发生后（如全球暖化），才去采取遏止行动。除开这类预警，预测在科学中仍然保有很重要的角色，即使是有限的角色。有些时候，我们唯一拥有的就是预测。

在建造第一枚原子弹时，法兰克·欧本海默在罗沙拉摩斯实验室工作，同时也担任了某种安全审查工作。（他反对使用核弹，以及要求把核弹交给全球共管的呼声，使他在二次大战后的麦卡锡时代被迫离开物理学术界。）

这里他回忆他的一个很重要的预测：

> 我记得，在测试第一枚原子弹时，我做了一个计算，这计算指出，释出的辐射热即使和附近的冷空气大量混和后，仍然会透过大气逆温层而上升①。按照我的计算，这辐射不会因此散播成低层大气中的烟雾。我的结论被证明是正确的：这枚蕈状云有一枝长长的茎。可是我仍然策划了沿着沙漠公路网向南避难的路径。爆炸后，这蕈状云暂时悬挂在我们的头顶上时，这个结论也没有消减掉这恶毒发光的辐射云灌入我们脑中的恐惧感。再者，原先的计算也没有告诉我们，关于紧跟而来不断下降的辐射尘的详情。

欧本海默相信，物理学家一般说来都知道预测的用法及其危险性。他更担心的是，科学预测的观念应用在社会学的方式。例如，任何关于人的预测都有可能让人误解，因为需要用来作精确预测的数字是如此巨大。结果就是使得这些预测失去意义，因为它们不能应用在任何一个单独的人身上②。

的确，欧本海默这么说，科学领域中对于预测的强调，可能造成了公众对科学的不信任或怀疑。“因为人们

---

① 译注：罗沙拉摩斯（Los Alamos）实验室是研制原子弹（核弹）的中心，1942年成立，位于美国新墨西哥州。世界第一枚原子弹及第一枚氢弹都由此地诞生。

② 译注：大气逆温层（atmospheric inversion），此层的温度随高度而增。通常大气的温度随高度而减，因此，热气上升，冷气下降，以调节温度，把大气中的污染物带走。如果在盆地或被山环绕，或其他原因，就会产生相对说来上层的大气热、下层冷的现象，热气就不得上升，温度不能调节，大气中污染物不能被带走。洛杉矶的空气污染大都由于逆温现象而不能散走。

不愿意自己的行为被预测或受控制，人们的反应就是摒斥社会科学及自然科学……如果人类科学要对社会有益的话，了解的层次一定要比水晶球的清晰程度更重要(译注：即了解比预测的本领更重要)。”



第八章　稻草堆中的讯号

大部分的时间都花在测试人工残留物。这就是痛苦的地方。要绝对能保证不是你的或从街上的汽车来的，或者从空气中来的污染，或者是在南极洲捡到的。

——史丹福大学化学家查尔（Richard Zare），关于他现在已变得很有名的“从火星来的陨石中找出有机物的实验”

在1996年，史丹福大学和美国航空暨太空总署（NASA）的科学家宣布，他们已经找到火星古代时有生命的证据了。他们的结论是基于在一块岩石上找到的痕迹，他们相信几百万年以前一枚陨石打到火星上时，把上吨的岩石及尘埃打入太空去，其中的一块辗转掉到地球。他们相信这块可称为太空中的瓦砾的岩石，已经绕太阳转了约1600万年之后，才掉到南极的一片蓝色冰地上去。在那里，一位眼睛锐利的女研究员在乘电动雪橇去外面游玩时看到了，把它捡起来带回家。

他们怎知道，进到他们实验室的这石块上的管状体是古代生物的化石？单纯的答案是，他们不知道——至少还不知道。可是他们仍旧在这岩石上面下功夫（数十个研究团队也同时在下功夫，这些研究团队最爱的事就是能证明他们是错的）。

较复杂些的答案，可是更近乎真相的是，事实很少清清楚楚地单独出现，来让人们去赞扬及大惊小怪。相反，自然界常把她的祝福埋在一堆垃圾中，而科学家很少知道他们手中有些什么，直到他们极有耐心地、辛苦地，把这堆乱糟糟的东西一片片筛过，甄别挑选后，才能知道有些什么。

发现第一批太阳系以外的行星的天文学家，也面对类似的问题。过去数年间发现新行星的各项宣布，并不是说有人真的看到了一颗行星；这些宣布的意思是，天文学家看到了些不寻常的恒星位置的摇曳，这些摇曳显示这些恒星被一些看不见的伴星所牵动。当他们看到这些摇曳时，他们不去说："找到了！一颗行星！"相反地，他们说的大约近似这些话："喔，我们的实验可能有误。"

几乎你可以说出的每一个重要发现都如此。数年前，一位天文学家宣布他看到了上帝的脸了——自这宇宙创世以来，向我们行来的第一批时空中的皱痕①。另一团队

① 译注：皱痕（wrinkles），其实是不均匀度。宇宙创世时很热，扩张后冷却，到现在留下的辐射（和电灯泡放出的白热光很近似）温度已经降到绝对温度2.7度左右。这就是正文中后来提及的嘶声杂讯。这杂讯的分布非常均匀，即从各方向看去的强度都一样。可是宇宙学家认为一定有某种不均匀度，大小约为十万分之一到一百万分之一。他们认为这种不均匀度能造成空间里不均匀的物质分布，因而形成星系。这实验很难做，可是还是找到了不均匀度，大小就是在预测的范围内。请见正文。

第八章　稻草堆中的讯号

的研究者报告说，他们找到了顶夸克——基本粒子家族中最后被测定到的粒子。

这些科学家审视的数据，几乎不能详细指明具有这些发现的特性。科学家大部分的时间都在审视一连串的数字。（你可能要问，难道还能审视其他的东西吗?）从一堆数位讯号中，他们就如看茶叶来算命一般，去读出模式来①，然后告诉我们，在宇宙中有比我们认为应有的数量还要多得多的暗物质②，或者某一基因位在某一染色体的某个位置上，或者一颗小行星朝地球方向冲来。事实是，他们“看到的”其实是埋在庞大数量的杂讯中的讯息。也许是吧！

滤掉杂讯，留下资讯

把杂讯滤掉是科学及人类认知（这两个是结伴的，因为毕竟都属于同一个体系）中最重要的过程。如果你不能把送到你那里的大部分资讯都挡掉，你就不能认知任何事物。如果有人在背景中大呼大叫，你就听不到电话中的声音；如果你的瞳孔不把大部分的光都挡住，只让一点滴的光线溜入，你就看不到任何东西。

科学家也需要把能影响他们实验的外部因素挡掉。火星的岩石是在真空中审视的，使地球上的小东西不会爬人，混淆实验结果。粒子物理学家把探测器深深埋在地下，盖上一吨又一吨的遮护物，以防范宇宙线造成可被误认为新粒子的轨迹。

---

① 译注：有一种算命的方法是去解释一杯茶中沉在杯底茶叶的模式。
② 译注：见第七章第 87 页注释②。

也许天文学家所遭遇到的是最糟糕的。首先，杂讯把他们大部分能作观测的时间都淹没了。在夜间，充满星点的天空闪烁发光，就如在黑天鹅绒上闪烁的钻石一样——至少在远离城市烟雾及灯光的清晰夜间是如此的。可是在白天，就绝对看不到这些闪烁发光的珍品了。

这些星光在白天做什么呢？当然他们还在那里，一直点缀在天空中，可是因为有了从太阳来的光芒，你看不见它们。你在白天看不到星星的原因，就和你在吵闹的餐馆中无法听到细声低语一样，我们那个坚持大鸣大放的太阳把星星遮压住了。

即使在夜间，天空中仍有许多能使天文学家很难看到的星星的杂讯：有月光及城市的灯光；有望远镜本身发出的热（许多望远镜都有冷却设备）；有能把星光的影像搅动的风，使它们就像在池底的一枚硬币一样模糊。天文学（及其他的科学）的技巧就是如何避免这些杂讯，而不至于失去讯号。

到某种程度，可以说，杂讯问题其实是人为的选择及人为情景所造成的。请想一下在冰箱底下累积的尘埃及污秽物。还有，地板上的糕屑都来自你吃早餐时掉下的，猫毛来自宠物身上的毛衣，叶子本来属于树上的。在它们还没有到了“不该去”的地方之前，你并不会把任何这些东西看成垃圾的候选者。

有一个古老的谜，可以很生动地论证杂讯如何能干扰思考，即使这些杂讯也是资讯。假想你是一位公车驾驶员，在那一天的第一站，九位乘客上了车。在下一站，两位乘客下车。在第三站，四人下了车，可是上来了三

位。请问，这驾驶员的眼睛是什么颜色的?[①]

换句话说，杂讯就是任何你不想要它出现在那里的东西，不管背景的谈话也罢，或者花园中的杂草。它们就是你想要弄掉的东西，弄掉以后才可以让你看得到想看的事物，然后才能去学习。

杂讯也可能是资讯

可是我们丢在杂讯堆中的东西，经常还能告诉我们许多讯息。科学家及艺术家都学会注意别人将要扫在地毯下的秽物，他们学会变成很好的注意者。同样的评语也可以应用到好的教师、好父母、有力的政治家身上。

肯定可以说，发明家亦然。一百多年前，糖精（saccharin）的发现来自一位做某化学实验的科学家。他在实验一半时停下来吃晚餐，他注意到晚餐很不自然地甜极了，而他手上有些奇怪的白粉，这些粉使他的食物及手指尝起来极甜。他注意到了这点，因此，就给世界带来了一种没有卡路里、比糖还要甜数百倍的物质。发明不黏贴纸[②] 的情形也几乎一样。一位化学家在研究要发展出一种更好的胶时，发现的不是强胶而是很不黏的胶，不能把物件永远黏在一起的胶。他没把它丢到垃圾桶去，他马上看出一个在不同场合的理想用品——有黏性的贴纸便条，可以不留痕迹地轻易撕下来。

---

① 原注：因为你是驾驶员，这驾驶员的眼睛的颜色就是你的眼睛的颜色。其他在上下文中的资讯全是杂讯。

② 译注：不黏贴纸（Post-it，商标名）是一种不太黏的便条纸，可以黏上任何物体，可是可以很容易取下来，不伤被贴的物体。现在广用为重要文具之一。

事实上，任何讯号的意义都来自它所在的场合；在不同的场合下，同样的讯息可能根本就毫无意义。如果你以密码方式送个信息给某人，可是他们不知道如何去解码，那么你的信息不会比胡说八道更有意义。相反，一个对某人说来毫无信息的景，也许对其他人说来，带有极丰富的信息。只要想一下著名小说中的侦探福尔摩斯就行了。

在史都华和寇恩的书《混沌之瓦解》中，他们指出，没有哪一个讯号本身是内含意义的——除非有人听到、看到，并把它解码。举个例子，一片光碟可能含有所有必须用来放出某种音乐的资讯，可是如果没有光碟机，它仅是一片美丽的银碟，也许可以用来玩投掷飞盘游戏，可是就很少其他的用途了。同样的，如果没有能读出基因遗传密码的分子在周遭，基因等于不包含任何资讯。“911 这号码没有任何内涵的意义，”史都华和寇恩这么写道：“在美国的电话号码，它代表的是紧急；在乐透奖的场合，它的意义可能是你没有赢；而在住家的门牌号码，它的意思是，你住的街道很长。”

即使是基因，它在不同场合传达的信息也不同，因而可以造成大不相同的后果。“毛毛虫的基因和蝴蝶的基因完全一样，”这些作家提醒我们：“蛆的基因和苍蝇的基因也完全一样，人的胚胎的基因和后来她变成老祖母时的基因完全一样……”

科学家都太明白了，很容易把讯号看成杂讯，反之亦然。这些事经常发生。昨日才发现的新行星，在今日被鉴定为是照相的仪器有了异样，那个新发现的行星只是宇宙线产生的影像。事情也能反其道发生：原本认为

是异常的小移动，结果是一枚新行星。

哈佛的科学史家霍尔顿（Gerald Holton）把这个问题这样表达出来：

> 如何决定所有可能论证的事件是科学上真正有用的现象？哪些是真正和自然界固定的规律有关？哪些仅是偶尔邂逅的幽灵？哪些又是形象从不重复两次的云彩，因而只能反映蜉蝣似的关联？我们或可把这称为“如何区别讯号和杂讯的问题。”

最近有一夜，我参与两位天文学家，巴留那斯（Sallie Baliunas）及雪尔顿（Chris Shelton）在圣加布里尔山脉的威尔逊山（在加州洛杉矶北郊外）顶的观测活动。这个占居山顶的百英寸口径的虎克望远镜，等于是天文学的圣殿。就在这里，哈伯（Edwin Hubble，1889 – 1953）第一次看到，我们的银河系不是宇宙中孤立的，而是有亿万个类似的“岛宇宙”相伴。这座望远镜也看到那些星光拉长的迹象，泄露出宇宙仍然从时空中的一个中心点不断向外扩张，那中心点是每一件事物的爆炸性起源——所谓的大霹雳。

20世纪80年代虎克望远镜遭到封存，屹立为历史古董。它是一具第一次世界大战时代的望远镜，镜面为一法国玻璃工厂所制，用的玻璃就和这工厂制造酒瓶用的材料一样，这家工厂以前曾经替法国国王路易十四制造凡尔赛宫厅中的大镜。1995年，这望远镜获得改良，加装了新的光学系统，因而可以撷取到北半球所能看到的最清晰影像。威尔逊山顶清新的大气，使它成为世界上最好的天文

观测地点之一。不过好笑的是，正是同一个把烟雾锁住、使洛杉矶市中心窒息的大气逆温层，让高高在逆温层之上的威尔逊山顶，看到极难得的清晰天文景观。

哈佛大学的巴留那斯用虎克望远镜来寻找绕行其他恒星的似地球行星，这是她的工作之一。我在的那一夜，她跟着雪尔顿（她监造新光学系统）把这系统试机。在她们的工作表中，占首席观测对象的是一颗特别的恒星，因为它在一个可能会很重要的发现中扮演了中心角色。那天早上，巴留那斯刚刚听到，另一位天文学家认为这恒星可能拥有一颗从未见过的行星。

问题是，一颗有行星绕着转的恒星送出的信息，和一颗有较小伴星的恒星（即双星系统）送出的讯息完全一样。换句话说，这位发现行星的天文学家看到的讯号可能来自双星系统。双星系统非常普遍，行星较稀少（至少就我们所知），因此，重要性不能相提并论。如果这颗带有行星的恒星是双星系统，那么这行星就是幻觉。而只有虎克望远镜才能把这恒星的影像聚焦程度，尖锐到能做此区别。

雪尔顿把这望远镜内的空气抽掉，然后把它指向这恒星。使人高兴及惊奇的是，看来像是一个双星系统！两枚恒星如红绿灯似地上下悬挂在一起。这就是说，没有发现任何行星。这讯息的意义是：对天文学家说来是坏消息，可是对巴留那斯和雪尔顿来说，却是很好的一夜。

要确定这结果，她们一定要再去观测另一个已知是单星的恒星，以摒除望远镜这光学系统本身的任何影响。“除非你去比较、比对，不然你不能说你知道任何事。”

雪尔顿这么说。如果这另一颗星的影像也是双星，意思就是杂讯已经爬入这系统中。如果另一颗星看上去像一个点，那么才可以说先前观测到的确实是双星，才可以确定她们有了重要的发现。

长话短说，当夜在这天文台的圆顶之内，有许多的喜乐：这第二颗星看起来像一个点，立刻有欢叫声及举手伸出五指，以表示兴奋。但是突然，这点分裂为两点，代表光学系统还有问题！她们毕竟还没有做出新发现；除了这个也很重要的发现：这光学系统的工作状况还没有完全对。

物理学家莱德曼（Leon Lederman，1922－，1988年诺贝尔奖得主）有过一个类似的经验，他发现了一种叫"upsilon"的粒子，可是很快地，人们就把它叫成"Oops Leon"①。这又是戴上信息面具的杂讯。可是后来"upsilon"粒子还是被一组更好的数据所确定了②。

反物质的发现，是反向过程的一个好例子（看来似乎是杂讯中发现真讯号）：一位理论家在某个公式中因为一个负号而发现反物质；一位实验家看到的是一道弯错方向的宇宙线。令人惊奇的是，这两人并未把这些不在期望中的发现看成反常现象而置之不理。

过滤杂讯学问大

把杂讯这个关键问题复杂化的，是起因于某人的杂

① 译注：一般新发现的粒子都以希腊字母为名，希腊字母 υ（upsilon，阿普西龙）相当于英文的 Y。"Oops Leon"是阿普西龙的诙谐音，"糟了，里昂！"之意，里昂是莱德曼的名字。

② 原注：请看第十三章《举证的重担》中的"可能为真的真理"。

讯是另一个人的讯号。我去亚利桑纳州的奇顶（Kitt Peak）天文台时遇到了这个问题。美国科学基金会在那里赞助架设了一些最先进的望远镜。当我们从一台望远镜换到另一台时，很明显就看出，某位天文学家想去搜集的讯号被另一位看成杂讯了。在太阳望远镜那里，有一队研究者在研究地球的大气，他们设法把太阳光谱中可告知太阳表面有哪些元素的谱线去掉，因为他们只对于地球大气的元素谱线有兴趣，他们必须把来自太阳的“杂讯”去掉。可是研究太阳的天文学家的问题正好相反，从地球大气来的讯号干扰了他们想要发现的东西。或者，如奇顶天文台的天文学家格林（Richard Green）对我说的：“某人的地板是另一人的天花板。”

幸运的是，有一大把工具可以用来处理杂讯的问题，有些是数学、科学上的，有些则是已内建在人类的认知系统中。事实是，能把杂讯去掉的本领，可用来做为一个很重要的征兆：决定婴儿是否很健全地在发育。

多年前，我很高兴有机会去看哈佛名小儿科医师布拉泽尔顿（Berry Brazelton）用一套标准的审视方法，去检查一位极年幼的婴儿。他把光照在婴儿的眼中，这婴儿眨了眼。他再照，这婴儿就毫无反应。下一步，他在婴儿耳边响一个铃当，这婴儿吃了一惊。可是他再做一次，但在这一次，婴儿毫无反应。

布拉泽尔顿说，这些都显示出这婴儿的发育很正长：学会把“杂讯”摒除是很重要的成长。在日常生活中，我们的脑不停地把许多类似的刺激摒除掉：对于永远在你视野之内的鼻子视而不见；感触不到身上的衣着或者

手指上的戒指；听不到冰箱或冷气机的声音[1]。

另一个把杂讯去掉的方法是用眼罩——真的罩子，或者比喻式的。如果你要在街上或水面上看东西，而街道或水面有强的眩光，你就戴上宝丽来墨镜[2]，它能把从水平面反射来的光（即眩光）滤掉。（你可以把宝丽来墨镜转个90度来玩讯号——杂讯的游戏：转过来后，水平面如街面的光就会变强，而垂直面如窗子则会变暗。）

某种用来探测不易捕捉的次原子粒子的探测器，几乎都是过滤器。电脑控制的非常复杂精致的扳机触动系统，自动把99%的数据找出来，因为粒子加速器出来的东西多到无法一一检视。这些扳机触动系统把加速器出来的每一"事件"都筛选过，把杂讯寻出丢掉。

可是，为了要避免把"婴儿和洗澡水"一起倒掉，研究者一定要知道所有可能干扰到实验的杂讯。这就是说，他们一定要变成杂讯鉴定专家。

在群众喊叫声中听出耳语

再回想一下那些看到第一批时空皱痕的研究者，这些皱痕在约100亿年前出发，它们是宇宙创世时留下的化石足迹。

我们居然就这么看到一场丰功伟业，起自一个著名的讯号与杂讯的混淆。大约在理论物理学家想出，宇宙

---

① 译注：中国的谚语"入芝兰之室，久而不闻其香"也同此理。

② 译注：宝丽来（Polaroid）是偏振镜（polarizer）的商标名。光可以分为两种振动的方法，一是垂直于我们看的方向，另一是平行于我们看的方向。从水面或街面反射出的光大都是平行的。偏振镜有一个光轴，它能让平行于光轴的光通过，而把垂直于光轴的挡掉。如果把偏振镜的轴放在垂直，那么就能把水面或街面反射出的光挡住，因而可以看得更清楚。

可能在一个极狂暴的爆炸中产生的时候，有好几位天文学家正在被一个天空中的意外嘶声所困扰。这些科学家把它看成杂讯，以为是仪器本身失灵，或是某种其他的干扰源——也许是落在天线上的鸟粪。

就在这时候，理论家已经想出了：如果宇宙真的以大霹雳创世，应该可能探测到这场大爆炸留下的辐射遗迹：它在这百亿来年的时间中冷却下来，应当仍旧弥漫在天空中，从它的原点来到我们的地方，现在它们的波长应当已拉长许多。

最精彩的关键，当然是这个使天文学家不安的“杂讯”，就是大霹雳留下的辐射。可是这只是开始而已。一旦人们知道他们是在阅读宇宙创世时留下的信息时，就立即开步走，去把这些信息解码；特别是，去找出宇宙构造的种子。这些种子就是时空中极细微的疙瘩，到后来，就形成了如花环似地悬挂在黑暗中的星系团。这些构造一定来自某处，因此，研究者就出发去看一看，是否能在这些遗留下的辐射中看到。

柏克莱的天文学家史慕特（George Smoot，1945－）是这工作的领导人，他这样描述这项任务：“我们要看的是极小的变化……大约小于十万分之一，这就像在一个溜冰场大小的平滑地上去找一粒微尘。可是就和溜冰场一样，这表面有许多我们过去并不在意的不规则起伏。”

他们的人造卫星“宇宙背景探索者”（COBE，Cosmic Background Explorer）能检测到这些讯号，可是也同时会检测到数量庞大的杂讯。这些杂讯可能来自徘徊各处的热源、磁场，或在用软体分析时的人工产物，或者一大堆其他的东西。

“很难表达出我们着迷于如何消除这些误差的程度，”史慕特这么写道：“我在1974年就开始列表写下一长列可能骗我们误入歧途的东西。从那时起，我不断把这列表更新，加入新的可能项目……”

现今已经在造一具崭新的、更好的宇宙背景探索者了。当这些天文学家回去再看一眼的时候，他们必须提防更多能使人走上歧途的因素，包括从仪器本身来的讯号，来自地球、月亮以及来自我们星系与其他星系的讯号。

“有许多混淆之源，”也在这研究计划中工作的加州大学洛杉矶分校天文学家莱特（Ned Wright）这么说：“我们不知道银河系在我们星系团中的相对运动速度。”莱特的工作在研究地球在太阳系中的运动、太阳系在星系中的运动，以及星系在我们星系团中的运动。

宇宙背景探索者的任务，等于是要在一堆群众的喊叫声中听出耳语来。而粒子物理学家也面对着同一个问题。“不太清楚他们是否知道如何去处理背景杂讯的问题，”费米实验室的诺贝尔奖得主莱德曼这么说：“当你在应付复杂的背景杂讯问题时，它不是一个数值上的问题，它是一个内心本能的问题。你对这些背景杂讯的感觉如何？你对这些背景杂讯的了解程度如何？”

让讯息不再沉默

还有其他应付不需要的资讯的方法，可把你真正想要知道的东西放大。显微镜的放大，实际上就是把所有外在的东西推到视野之外；望远镜对准某些目标物，也

把其他东西摒除了。每一次你决定聚焦在某件事，就失去了周边的东西。这种取舍是不可避免的。从某方面来说，就像跌落在某思绪中，专心于某些构想，因而使外在的世界似乎消失了。

天文学家鲁宾（Vera Rubin）最近看到一些别人从来没看过的东西，因为她花了不知多少年去深入审视星系，而别人则瞄过去就算了。她的发现完全出乎意料：在同一星系中有与星系的旋转方向相反的恒星①。她拿她的审视方法，与奥基夫② 对看花的描述作比较："没有哪个人看到花，"奥基夫说，"我们没有时间，去看要花时间，就如交友要花时间一样。"

那些尝试去绘出数百万星系的位置详图，以资做到全天球勘察的天文学家，绝无法筛检出鲁宾的不寻常样品。"如果你朝 100 万个星系去看，一定找不出怪星来。"天文学家格林说。

还有一种把杂讯去掉的技巧，就是把讯号变得更大更清晰，因而有用的讯息可以在乱丝中鹤立鸡群地站出来。天文学家和粒子物理学家都用光电倍增管来做到这一点，政治家用扩音器，其余的我们则带上助听器及眼镜。虎克望远镜的新光学系统的作用，就像一组有威力的眼镜，能把来自恒星的光聚焦到很明亮的程度，即使在洛杉矶充满了彩光的天空中，也能让目标一枝独秀地显露出来。

史慕特知道这一点。他知道从宇宙背景出来的讯号

① 译注：这个发现的重要性可以与"在太阳系中发现一颗公转方向相反的行星"相比。（太阳系中没有这种行星。）
② 译注：奥基夫（Georgia O' Keefe，1887－1986），20 世纪美国最先进的画家。

第八章　稻草堆中的讯号

不会很明显，讯息也不会自己跳出来，可是当强度逐渐变强时，它们会慢慢变得更明显。他解释说：“就像一枝铅笔在纸上重复轻画，就能留下很浓黑的纹迹。”

另一个把杂讯减少的方法，就相当于带眼罩，帮助你聚精会神。例如，当你调收音机的频率去听某电台时，你同时也把其他电台的频率排除出去。宇宙背景探索者便是竭力主动去猎获某种特别的讯号。

当我们专心以耳去听或者以目去搜寻时，也是一样的，我们把其他的都置之不顾。寇恩和史都华说：“感官不是被动地接受所有输入的数据；它们去钩钓它。”两人指出，从脑到耳的神经连结要比从耳到脑的神经连结多，从脑到眼睛的神经连结也比从眼睛到脑的多 10 倍。

数学显微镜——子波分析

也有许多纯数学方法可把杂讯去掉，以专注于讯号。例如，可以把所有随机的东西都认为是杂讯，而把它们消除掉。当然，这就是说你需要知道什么是“随机”。另一个方法就是只检视变化中的东西，忽视不变的东西。电脑可以胜任这工作。

这领域中有个非常热门的发展就是子波分析。普林斯顿的道伯齐斯（见第一章）是用这方法做讯号处理的首席专家之一，他把子波称为“数学上的显微镜”。子波是叠置在令人混淆的讯号上的短而不规则状的波形，能如照相机的伸缩镜头一样地工作（伸缩镜头可帮助你把注意力集中对准图像中最感兴趣的地方，又不至于忽略了整个画面）。

从实质上来说，子波是资讯的原子，它们出现于形态的语汇集里，就和化学元素表一样。每一子波代表的是一个稍微不同的波形。从这个基本的语汇，你几乎能搭出任何东西来，就如你能从100种化学元素造出宇宙中的任何物质一样。还有，就如你也能把宇宙中的任何物质分解归纳为这百种化学元素，你也几乎能把任何讯号分解为子波。

美国海军发现，在大洋中充满了杂讯的环境中寻猎敌人潜艇踪迹时，子波分析也很有用。天文学家用它来检寻出在星系群中的次星系团。联邦调查局用它来做更有效益的指纹储存及检索。电子工程师正利用它来创作出可以同被传统电视及新式的高画质电视收到的电视讯号。

子波分析的主要益处是能让你看到全局，或者去看某一局部，而不至于失去其他局部资讯。有点像用双筒望远镜去观看帆船竞赛，你可以扩大影像去看单艘帆船帆上的号码，不会因而漏失了竞赛中的其他帆船的景象。

即使杂讯本身也能用来把讯号加强。这个叫“随机共鸣”（stochastic resonance）的方法是利用以下的事实：有些随机的背景起伏，有时可以把微弱的讯号放大到可以观测得到的地步。一个极粗涩的比喻是一枚落在蛋盒凹穴[1] 中的玻璃弹珠，如果假定这弹珠从一穴跳到另一穴时，你就得到一个讯号。在静止的环境中，这弹珠本身的能量不足以使它从穴中跳出。可是你如果把这蛋盒放在汽车中，然后在上下跳动的路面上行驶，你会发现

[1] 译注：美国出售的鸡蛋装在一种特别的蛋盒里，这种蛋盒通常有12个凹穴，每一穴放一蛋，以避免在运输时蛋会打破。

这弹珠很可能从一凹穴跳到另一凹穴去。车行时的不规则上下跳动，足以协助这弹珠跳越凹穴之间的障碍，因而使你的讯号变成“可见”。

预测，不是科学的目的

所有这些处理讯号的技术，都是运用来把落在广大范畴中的模糊讯号尖锐化，从 CAT 作人身的扫描[①]，到找出社会及政治的趋向，到寻找新行星……都是如此。若不用这些方法，这些讯号就很难辨认出来。而所有这些分析最终提醒我们的是，“不变性”的威力。不变性是不管在什么情形下都不变的东西。只有把杂讯去掉，我们才能知道这个自然世界真正的面向；这些杂讯都是不请自来、使我们分心的讯号，或者把参考座标歪曲因而把尺度扭曲的效应[②]，或者是测量过程中出现的人为因素。

当雪尔顿和巴留那斯要检查她们的双星是否是真正的双星，还是简简单单的光学系统失常时，她们转向一颗不同的恒星去看结果是否会改变。当史慕特搜寻着天际，去确证他们是否真正发现了原始洪荒时代的时空皱痕时，一个最令人信服的线索就是：他们看见的扰动具有尺度不变性，也就是说，天空中的每一区域，不管是大是小，都显示出同样的皱痕谱。

① 译注：CAT 是 “Computerized Axial Tomography” 的缩写，即电脑断层摄影，是一种医学检测仪器，原理是用电脑把 X 光一层一层扫描出的影像，综合为立体的照相，能很有效益地不用开刀就测出肿瘤，特别是不易测出的乳癌、脑癌等。

② 原注：请看第十四章《诺塞与爱因斯坦：真理的不变性》。

这就是应当怎样去搜寻真理的正确方法。你看见某事物，然后你尝试每一种想得出的方法，以便把这事物摒除掉；你把它从上翻到下，从内翻到外，然后把它朝向一个可能的角度推。如果它还在那里，也许你就会发现一些东西。

巴留那斯说："你要把你得到的数据，用每一种你能想得出来的方法去把它拳打脚踢，去看它是否能被打松、踢松。"对一位在闲暇时喜欢整修老爷汽车的天文学家来说，这是很妥贴的比喻。换句话说，你去做每一件可能做到的事，以消除所有可能把你试着要看的东西遮蔽住的误差及混淆之源，然后你才算已准备好去找出"可藉着认知模式的数学技巧来发现的真相。"

第三部　对社会世界的解释

数学家对选举制度的缺点的研究，
为期已有两百年之久。
他们不能同意哪一个制度是最好的，
可是他们都同意哪一种是最坏的。

对我说来，公平处理的意思是，规则应当鼓励每一个人都参与，应当奖励赢者，可是规则也应当被那些输的人所接受。

——吉尼尔（Lani Guinier）

生活在民上政治之下的人，花了许多时间去作所谓公平的决定。已打造在政府系统中的信念是，我们应当给每一个人均等的机会。意思是说，我们应当找出如何把每 ·样事物以我们认为是公平的方法来分配，从政权到财产，从荒野到电台频道在空间传播的时间。

在大多数场合下，我们以选举来作此决定。人们假设选举是公平的，因为每个人在选举结果上都可以有一个表达的机会。如果他们得不到想要的东西，那么，好吧，这些人应当更努力，以劝服其他人相信他们特有的观点的价值。

可是还有许多方法可达到公平的目标。例如，轮流参与，这样子每一位参与者都能得到-·个机会去作选择。或者，把事物分割，每一阵营都得到圆甜馅饼（或任何事物）中的一片，每一阵营得到的与其他阵营得到的大小相似①。

① 译注：美国人喜欢用圆甜馅饼（pie）作分割的比喻，因为馅饼是圆的，有限大。某人拿到的大了，其他的就少了。例如国家预算中，如果国防经费多了，其他（如教育）经费就少了。

我们用这个方法去决定每一件事，从谁应当担任总统、到谁应当成为（美国高中毕业生）舞会中的皇后，从离婚后子女赡养费的数目大小、到国家预算的多寡，从在学校中教授的学科、到一个家庭怎样去度暑假。

正如有些人的期望，数学家有一大堆关于公平的话要说；也正如期望中的，数学家要说的话经常能令人感到惊奇。坏消息是，有些我们最珍爱的、把事物分割的体系是相当不公平的；好消息是，近年以来，数学家已经想出一大堆至少有部分功用的解决方法了。

第九章　选举：吉尼尔是对的

看上去像是很通情达理、可以公平分配资源的一套规则，可以导出完全违反直觉和常识的结果。

——卡斯提，于《复杂化》（*Complexification*）

1993年，刚选上美国总统的克林顿提名一位鲜为人知的、姓吉尼尔（Lani Guinier）的法学教授为司法部民权处的处长。在民权圈子里，这位语气温和的法学学者为人所知的，是她对于选举权的创新观点。她的学院同僚对她的论文反应极好，这些同僚同声一气地推荐她为终身职教授。

奇怪的是，在获提名之后数星期内，吉尼尔变成遭人攻击的箭靶，攻击之普遍及说服力之大，使得她的老朋友总统不得不把她抛掉。她被叫成"极端激进分子"、"疯女人"、"保障名额女皇"、"种族主义者"，甚至于"狂兰尼"①。

① 译注：原文是"loony Lani"，loony是疯狂之意，Lani是吉尼尔的名字。英语用的是loony和Lani的谐音。

可是至少有一群自由职业者着实站在她那一边；虽然大家都承认，这些人不是有极大政治影响力的一群。他们指出，批评吉尼尔的人表现出令人惊奇的、在数学上的盲目无知①。

当然，无知不足以解释这些指向吉尼尔的由衷愤慨。很重要的原因是，这位法学教授的写作，似乎总带有一种个人化的威胁；人们感到这些写作直接攻击此国家（美国）的民主理想。或者就如克林顿的说法，她“似乎在鼓吹比例代表制② 及少数族群的否决权。”

总而言之，吉尼尔被指控为质疑了美国民主的核心——这个神圣不可侵犯的多数统治（少数服从多数）的理想。她告诉人们的是他们不想听的；我们的选举制度既不公平亦不民主。“多数统治暴政”（这也是吉尼尔后来写的书的标题）这句话，极少人知道，最早是出自美国开国元勋麦迪逊③ 的口。正是麦迪逊先提出这个论调，说由51%的多数加诸于人民的决定，从每一方面来说，对民主的威胁就如被这些殖民者不惜一战去抛弃的皇权暴政一样。事实是，吉尼尔鼓吹的许多构想早已有人提过了，而且还受到重视，不夸张地说，已有数百年之久。

可是，导致攻击火力集中在她身上的，还是她本人。因为在她的法律著作中，她用了一种使这个争论点个人

① 原注：田普大学（Temple University）的数学家保罗斯（John Allen Paulos）是最先指出这点的人之一。

② 译注：比例代表制（proportional representation），在这制度下，每一政党在国会中的席次按支持这政党的选票比例分配。

③ 译注：麦迪逊（James Madison，1751－1836），1809年至1817年担任美国总统，独立宣言的签署者之一，在写美国宪法时有极大的影响力，后来参与提出首十条宪法修正条例，这十条修正条例变成美国式民主的骨干。

化的写法。她这么提出论证：从她五岁大的小孩的观点，就很容易可以看出多数统治在许多情形下都是不公平的。如果有两个小孩要玩捉迷藏，而有三个要玩官兵捉强盗，如果每次都是少数服从多数，只能玩官兵捉强盗，难道公平吗？

选举方式不同，结果大不同

再想想看美国式的生活，选举占了有多么中心的地位。可是令人惊奇的是，对于这系统在真正付诸实现时的注意，真是少之又少。就如批评吉尼尔的人一样，大多数美国人对于在大多数选举中“赢者搜刮一切”的系统，都认为是理所当然之事，即使不认为它神圣。大多数人被教诲，说这个选举的过程是开放而不偏袒的，在大多数场合中，它的结果会代表大多数人的意愿。

可是我们可以很容易证明，选举的结果直接和选举制度有关。即使选民的偏爱不变，如果他们改变了选举方式，仍然能选出不同的赢家。

一个举例更胜过一千字的描述[1]。请思考一下，一个典型的洛杉矶家庭决定要在星期六晚上去看一场电影。崩巴多与章吉巴，这两位8岁的孪生子，要去看印第安公主“风中奇缘”；丽丝，13岁，想看“无线索”想得快死了；沙格，18岁，一定要看“水世界”。而父亲、母亲及继母，都是40来岁的人，想要重温旧梦，看“阿波罗

[1] 译注：这句话把美国人喜欢引用的一句中国谚语改了一下，原来是“A picture is worth a thousand words.”，一张图画的功用等于一千个字。中国谚语的原文是“百闻不如一见”。

13号"①；可是老祖母爱格妮斯想试试才装在她身上的心律调整器，她要看"物种"；而老祖父比特里② 和他目前的新欢沙格，加入孪生子的行列，选了"风中奇缘"。

从表面上来看，"风中奇缘"有四票，赢了。如果引用了美国选举中一般用到的最高票制度（plurality system），有最多票的候选人就能替每一人作决定；即使如这个例子一般，"风中奇缘"仍是少于半数的候选者。

爸、妈及继母抗议说，少数服从多数制度不公平，因为会有更多的人想看"阿波罗13号"，如果只能从"阿波罗13号"和"风中奇缘"这两部电影作选择的话。可以肯定的是，丽丝和沙格不想被小朋友逮去看迪士尼的卡通片。因此，这家庭就这么再选一次，"阿波罗13号"赢了。

可是，"稍等一下！"丽丝说。她开始看出这种选举如何运作的花样子，她猜想老祖母爱格尼斯和沙格宁愿去看"无线索"也不要看"阿波罗13号"。于是她建议选举重新来一遍，这回这个家庭把这场选举做了好像网球淘汰赛似的手脚：拿"风中奇缘"和"水世界"相比，把"水世界"比掉了；"风中奇缘"和"阿波罗13号"相比，把"风中奇缘"比掉了。可是"阿波罗13号"则输给"无线索"。

现在爱格妮斯有一个主意。如果她把这个竞赛重新安排一下，使得最后一次的选举中，只有"风中奇缘"

---

① 译注：阿波罗（Apollo）是登陆月球计划，于1968年做第13次航向月球时，几乎出事。太空船发生故障，太空人的生命殆危，他们想尽种种方法，最后躲到月球登陆艇中，在太空船绕月一周回到地球后才回到降落舱中，最后安然降落地球。当时全球都很紧张。故事在前几年已拍成电影。

② 译注：这位老祖父显然和这位老祖母没有关系，因为英文中不分祖父、母及外祖父、母。同此理，继母（stepmother）也许和父亲并无关系。

及“物种”。她知道得很清楚，在这种情形下，“物种”会赢。因此，她就要求重选。这回她很有心机地在第一次初选时，投了“风中奇缘”的票，即使这是她最不喜欢的选择。现在“风中奇缘”有足够的票数把“阿波罗13号”淘汰掉。老祖母再次投选“风中奇缘”把“无线索”排除掉——实际上就把所有重要的竞争者摒除了。当争执的尘埃落定后，最后赢的是“物种”。

最高票当选的迷思

这是一个假想的例子，可是要找到真正出现在选举中的这类吊诡例子，真是太容易了。“最高票制度是最坏的，因为它产生吊诡的可能性最大，”西北大学的数学家沙雷（Donald Saari）说：“在所有方法之中，它能使B赢过A，即使大多数人宁要A。”

最高票当选的意义是，它能使一位不是那么受大众欢迎的候选者当选。在这个广阔的初选场地中，可能会有一位票数少于20%的赢家。而如果这个情景真的发展出来，最有可能的是，这位赢家是一位极端分子。

纽约大学的政治科学家布兰斯(Steven Brams)这么说：“这个被最高声量大喊支持的人，并不是对一般选民最具有广泛吸引力的候选人。”如此一来，这系统就等于在鼓励极端主义，奖励给人戴帽子(name - calling)，使选民反感，而在大多数时间中并不能反映出大多数人的意愿①。

① 译注：智利在1970年的选举就是如此，一位极端左翼的人阿蓝德(Gossens Allende，1908 - 1973)于1970年在数个候选人中以34%的多数票当选为总统，执政后使经济崩溃，在1973年被军队兵变杀死，智利因而陷人掌军权的独裁者皮诺切特(Ugarte Pinochet，1915 -)手中，到20世纪90年代初期才恢复民主。

数学家对选举制度的缺点的研究，为期已有200年之久。他们不能同意哪一个制度是最好的，可是他们都同意哪一种是最坏的：就是我们视为最神圣的传统，说谁得到最高票，就能替每个人作决定。

在学术圈子中这是众人皆知的事。远在1951年之前，史丹福大学经济学家艾罗（Kenneth Arrow，1921－）便以数学来证明，没有哪一个民主选举制度是完全公平的（后来他因为在这方面的研究工作而获诺贝尔经济学奖）。这个观念就叫做“艾罗不可能性定理”，因为这定理证明了，完美的民主政治是不可能的①。

更好的选举方式?

有一种选举制度深深吸引了布兰斯及其他的人。这种选举制度允许一个比“是”或“非”更广阔的选择幅度。举个例子，“同意票”允许每一选民给每一位候选人投一张票，它把“每一选民一票”的金律② 改成“每一候选人一票”。这样子，每一选民都可为自己认同的候选人各投出一票。

最高票当选的制度会鼓励候选者采取极端立场，以

① 原注：艾罗并未用不能下定义的词语如“公平”（fair）或者“完美的民主政治”（perfectdemocracy）。可是他证明了，没有哪一个可能想得出来的选举系统，能满足选举制度中能令人最称心如意的五项品质。

② 译注：以前英美的选举制度是每一选区能有若干人当选，后来流弊很大。英国有某海岸区被冲走，最后只剩一人，他就变成当然当选者。在20世纪50年代末期，美国最高法院裁决一人投一票，一区选出一人，因此，每隔10年人口调查完毕就要重划选区。可是还是可以做手脚，例如把区域画得七歪八扭，把某区画成其居民都是支持某党的。这种画区法叫做杰锐蝾螈法（gerrymander），1918年麻州州长杰锐（Gerry）首先引用，画出的选区像蝾螈（salamander，一种水中的蜥蜴形动物），因此得名。这弊端很难立法禁止。又，美国的一人一票制只限于众议院的国会议员选举。参议院的参议员则是每州不论大小，都是选出两位。

建立坚强的核心支持群；而同意票制则要求候选者吸引更广泛的支持。另一个优点是这个制度很可能在消除“负面竞选”[1]上有许多功效。布兰斯这么解说：“你会想，至少要获得竞选对手的部分支持者的赞同。”

布兰斯辩称，同意票选举制度也能对少数族群的候选者有助益，如杰克逊或布肯南[2]。“即使杰克逊在同意票制度下不能赢，也会有更多的多数族群候选人去仿效他的一些舆论。不能忽视少数族群，因为多数族群的候选人需要他们的支持才能赢。”

可是同意票制度也不是没有批评它的人。保罗斯辩称说，它有可能产生出呆板及平庸的赢家。“某个没有任何棱角的人，不会使人起反感而反对他，”他说：“可是有时候你需要能把大众极化的人，因为某一极才是对的。”保罗斯指出，邱吉尔（二次大战中领导英国抗德的首相）在这种制度下大约不可能赢。

保罗斯更喜欢的选举制度是累积票选举（Cumulative voting）。在这选举制度中，选民可以在他们感到最重要的某一候选人身上，堆积好几票。例如老祖母爱格妮斯可以把她的五张选电影的票都用上，来保证“物种”一定可以当选。

在美国，累积票选举制度已经广用于公司董事的改选。这正是吉尼尔鼓吹的制度。她这么写道：“这不是特别激进极端的构想；有30州要不是立法要求公司用这制

---

① 译注：负面竞选（negative campaigning），在竞选中不去说出自己的政见，专肆揭对方之短．在美国近年的选举中，这个不太道德的方法广为民主及共和两党采用。

② 译注：杰克逊（Jesse Jackson），第一位竞选美国总统职位的黑人，言论都极度偏向黑人．布肯南（Pat Buchanan）为一电台评论员，他参加两次总统大选，言论极右，右到被人称为希特勒的程度。

度来选举，就是许可这制度的采用……它既不是自由派，也不是保守派。雷根及布希的政权都赞同累积票选举制度……"

而如果这还不足以去除"非美"[1] 的污名，那么请看看，在所有想像中会采用累积票选举制度的地方里，伊利诺州皮欧利亚（Peoria）市居然也采用了这制度来选出市政府委员（译按：这是最保守的城镇之一）。

可是，西北大学数学家沙雷对于同意票制度及累积票制度都不满意。他认为，同意票制度是优柔寡断的，因为它不能区别第一选择和第二选择，而累积票选举则太复杂了，它需要从是非题变成打分数，才能选出赢家。沙雷喜欢的制度是能让每一选民把候选人分等级，某人是第一选择，某人第二，某人第三，等等。"你仍旧需要得到广泛的支持，"他说："可是它比同意票制度更好，因为它能让你指定你的第一选择或第二选择。"

布兰斯和保罗斯写了不知多少关于选举中的吊诡案例，而真的就像艾罗的不可能性定理所说的，他们发现不可能有某一系统在所有情况下都能称为最好的。

优先选举制

这些工作才只抓碰到表面而已。

一直到最近，传统选举方法的缺点才受到重视。今日，这一度属于数学家领域的问题，已经开始在广阔的

---

① 译注：原文是"un－American"，即和美国的传统异道而行的。这词来自20世纪50年代，国会调查反对美国的行为的"非美委员会"（un－American Committee）的名称。

政治辩论舞台中出现了。

1995年6月，美国最高法院裁决各州在划分国会议员选区时，不得把种族列为考虑因素之一。换句话说，各州不得把某地区划出来，以使有足够的黑人票或南美拉丁人票去选出少数民族代表。不消问，这在过去一直是很典型的做法，而且是完全合法的。

最高法院的这个决定，引起人们去严肃思考其他少数族群保障名额的做法。例如，选举暨民主中心协助了黑人女国会议员麦金利（Cynthia McKinney）起草新法律，允许各州去试用其他的选举方式。（就是麦金利在乔治亚州的选区划分争议，引起最高法院裁决的。）

选举暨民主中心的主任里奇（Robert Richie）喜欢把这制度称为“优先选举制”（preference voting）。这种制度已经被澳大利亚上下议院采用来选举议员了，爱尔兰总统、美国麻州剑桥镇的市政府委员也是用这方法选出的。在这优先制度之下，每一选民把候选人分等级，第一、第二、第三，等等。如果有某人在第一选择看来似乎会失败时，（就如电影案例中的“水世界”），那么选民的第二选择就被用来计算选票。

虽然优先选举制度看起来似乎很复杂，但里奇指出，优先选举制在世界各处都已有应用，而且没出过问题，通常投票率都比美国的要高。在电影金像奖的选拔中，演员也是用这方法来选出每一奖项的五位入围者。“所有的演员把他们那一领域中的人，按自己的喜好分成等级，”就如里奇指出的：“比学会垒球或篮球规则还简单。尽管篮球规则很难懂，篮球仍然是不错的游戏，虽然不适合矮个子的人。不同的是，政治是一种我们希望每一

个人都有机会去玩的游戏。”

如何选择哪一种选举方式？

每一种选举制度都能把选举结果以它特有的方式扭曲。创建美国的先贤知道制衡的重要，因此，以权力制衡的方式来平衡任何一个制度的缺陷。确实，美国宪法准备了一套复杂的选举方法，来保护少数者的权益：小州的权益被参议院每州两名代表的制度保护住，人多的州可以在众议院中的比例代表制度下使出更多的权力，而总统可以用否决权来统驭失去控制的多数裁决；要修改宪法则需要凝聚绝大多数的民意。

至于最后，要决定哪一种选举制度是最公平的，可能还是要由选举来决定吧。“在你作决定之前，你需要先决定要采用哪一种选举方式，”保罗斯说：“可是若要问，得用哪一种方法去选择哪一种选举方式？那就统统纠缠在一起，理都理不清了。”

有一件大多数人都同意的事，就是目前的制度是最坏的。“对大多数选民来说，目前的制度是最糟的，”里奇说：“而且愈来愈糟。”

可是改革不会这么容易来到。经验、常识告诉我们，要想出某种选举方式，可在大多数时候尊重到大多数人的意见，不应当有多困难。经验、常识也告诉我们，选举制度不应当是为了选举结果而设计出来的，也就是说，不应当设计来保证某一阵营会赢。

唉，所有的选举方法都玩弄着宠爱某方的游戏。这些经验、常识的结论，就正好是数学家告诉我们的、无

法避免的东西。即使是简单的数学解法，也能打开一个装满问题的潘朵拉盒子①。

政治家在美国这共和国早期的时候，已学到这些教训（虽然在今日，他们似乎都不记得这些教训了）。举个例子，1880年人口调查数字的爆炸性急增，几乎导致一次国会议员选举方式的大修正。如果修正案通过，结果将是众议院变大了——而你会期望到，这种变化至少会使某些州的民意代表数增加。的确如此。

可是，在这种选举方式下，阿拉巴马州将会失去一个议员席次，即使整个众议院的代表总席次增加了。这个所谓的阿拉巴马吊诡，迫使那些政治领袖又去寻找一个皆大欢喜的解决方法。你们自己去想想是什么方法吧。

① 译注：潘朵拉（Pandora）是希腊神话中的第一位女人。这神话说，宙斯（宇宙主宰）为了要惩罚普洛米修斯把火带到人间去，就叫潘朵拉下凡嫁给普洛米修斯的弟弟，下凡时带了一个装满了罪恶及灾害的盒子。下凡后，好奇的潘朵拉把盒子打开，所有的罪恶及灾害都跑出来了，潘朵拉赶紧把盒子关了，盒底只剩下“希望”，那成为人类最大的慰籍。潘朵拉的盒子现在变成所有问题的隐喻。



第十章　公平的分配：所罗门王的智慧

数千年以来，哲学家不停争论着什么是公平。现在不同之处是，我们有一个正式的数学架构。这就把它从意识形态的争论中取出，有科学的成分在内了。

——李地亚德（John Ledyard），
加州理工学院经济学家及社会科学部门主持人

一个公平的社会应当怎样分给每人都想要的东西呢？离婚的时候，谁应该拿到房子？老祖母的遗产应当怎样分配？哪一个国家有权去海洋底开采富有的矿产？

美国联邦政府的预算、游戏场中的玩具、东欧波士尼亚争执中的土地——所有这些都要以能使各方都满意到不再重启争端或争战的方法去分割。你不必是历史学家就能看出，多少这些所谓“公平”的和解，结果都成了短暂的解决方案，失败的一方忍辱负重，直到自己强大起来时，再次作战。到了那时，争执或屠杀又开始了。

可是在 1994 年时，希望出现于地平上。有一位政治科学家及一位数学家，似乎在这么多世纪以来法官、教师及宗教领袖都失败了的事上面做成功了：纽约大学的布兰斯（Steven Brams）及联合学院的数学家泰勒（Alan Taylor）发现了一种新制度，可以用来把几乎任何事物分配为“不引起妒忌的块片”（envy-free pieces）。非但所有参与者都能得到他们认为是公平的交易，每一集团还认为他们所得的比另一集团得到的更好。

但是，布兰斯和泰勒的工作仅是谚语中所说的，冰山的小尖顶而已①。在这问题的下面，数学家不声不响地入侵国家尺度的政治科学范畴，把理性的步骤应用在个人情绪很容易介入的问题，例如公平与否。即使在那个从事硬科学的堡垒——加州理工学院，也从美国国家科学基金会得到 80 万元经费，去把数学应用在人们称为“社会选择的理论”（social choice theory）上。社会选择的理论就是在探讨公平与否的理论。加州理工学院科学家的发现中，有一样是：大多数人都会选择做“好人”，而不愿因损及别人的权益而得益，特别是如果这位别人是他们认得的。

撷取所罗门王的智慧

对于研究这些问题的人来说，这个公平与否的问题，结果变成了充满伦理及逻辑的诡论的地雷区。例如，从

① 译注：冰的比重为水的 0.9。看到的冰山，冰山下面的体积为上面的 9 倍。这谚语用来形容表面上看得到的问题，只是总问题的极小部分而已。

一开始就需要下个“公平与否”到底是什么的定义。而无可避免的，对不同人来说，“公平与否”都有不同的意义。“当我的小孩说某事是不公平的时候，”李地亚德说：“他们真正的意思是，他们得不到想要的东西。”

最早的公平观念可以追溯到基督教圣经旧约中的所罗门王。两位女人来到所罗门王面前，都声称自己是同一婴儿的母亲。所罗门王建议把这婴儿一切为二，每人得一半。如他所期望的，婴儿的真正母亲立即放弃争执，以使这婴儿不致被砍死。

一直到今日，所罗门王的公平与否的观念一直都保存着。从实质上来说，所罗门王的观念说的是：公平的分配不是单纯把东西分割成相等大小的部分，而是要考虑到不同争执者放在争执的东西上的价值观。要寻出人们对某事物的真正估价，常常是很困难的事情。大多数人都尝试去拿他们能拿得到的东西，而不愿诚实说出自己心中的选择。所罗门王以巧计避免了这个问题：这位不是母亲的女人在同意把这婴儿一切为二的时候，就显露出她对这小孩的估价有多低；真正的母亲则宁可放弃这婴儿，显露出她是非常非常爱这婴儿的。

要尝试把所罗门王的智慧编码人方程式中，可不是容易的事，但是科学家已经得到一些进展。数学家的研究都是在一个相当简单的模型上做的，这模型叫做“切蛋糕问题”。虽然这景象看上去过分单纯化，但它的要点却可以应用在最踏实的情况上。这问题如下：

假定两个人要分一块小蛋糕。最公平的方法是让第一人去把蛋糕一切为二，而让第二人先去选择哪一块。第一人在切蛋糕时就显露出他的喜爱。例如，如果他对

糖霜的喜爱大过对蛋糕本身，他可能把蛋糕切成：糖霜较多的一半比另一半还小些。他希望另一人会去拿较大的一半。

不管如何选法，两位都是赢家：一位得到了更大的一半，另一位得到了更多的糖霜。要使这个方法能适用，知觉的重要性与数学的重要性一样大。也就是说，没有哪一人是没有参与到抉择过程的，因此没有人会对另一人妒忌。

同样的方法已经写入法律中，用来规定如何分配海洋底的丰富矿产。若是采行先到先拥有的政策，会使发展中国家得不到这财富，因为他们还不具有去开采海底矿产的资源及能力。要使海底矿产的分配更为公平，海洋法会议定出一个国际协定，自1994年开始生效。协定指出，海底的财富要以如下的方法来分配：当一个已开发国家要在某海域的海底采矿时，首先要把这区域分成两个相等的部分：一部分是自己去开采的，另一部分则交给一个国际协会，以便把这海底保留给发展中国家在未来去开采。就如切蛋糕的策略一样，这个国际协会有第一选择权。

不引起妒忌的块片

这个切蛋糕的策略在两个选择者的情形下，运作得很好。可是在更复杂的场合中，例如三位或更多选择者的情况下呢？

1992年，响应《科学》杂志登出的挑战，布兰斯提出一个可以在三位选择者的场合下应用的解决方法：第

一位先把蛋糕分成三份；如果第二位认为有一块比其他的要大的时候，他可以去把他认为太大的一部分切下些；第三位则可以优先选择要哪一块。总之，每人都有说话的机会，每人都可以去选择自己认为是最好的一片。因此，这个解决方法是不会引起妒忌的。

可是，当布兰斯把这个修改后的方法扩充到四人的时候，就不灵了。因此，他拨电话给他的朋友泰勒。泰勒是纽约州北部斯克内塔地的联合学院的数学家，他从未研究过这个公平分配的问题。布兰斯认为，这是帮助他想出一个截然不同的方法的关键。

泰勒的突破赢得数学家的赞扬，因为他的方法可以把任何东西分配成任何数目的“不引起妒忌的块片”。这是一个首创。可是在实用方面，在日常生活中，这方法太难使用了，因此，布兰斯和泰勒又把注意力转到一个可以更容易使用，可以产生类似结果的方法上。这新的方法叫做“调整赢家法”（Adjusted Winner），它不把要分配的东西看成一块蛋糕，而是把100分交给每位参与者，让他们按自己的爱好去分配。

这新方法引起的热烈兴奋程度，远远超出数学社群之外，因为这方法简单方便的程度，使得它可以应用在离婚时的财产分配、国际间的争执、及一大堆其他的争执中。

例如，协议离婚的夫妻，其中一位可能对他们的住屋更在意，因而把这住屋打个90分；另一位则对赡养费更关心些，因而把赡养费打个70分。在这方法的第一步，每一人都得到了他们打最高分的东西：一位得到住屋，另一位得到赡养费。在第二步中，分数需要加起来，以

决定哪一人该补得哪些东西。在这回合，由于拿到住屋的人已有90分，而另一位只拿到70分，因此这位拿70的人可能拿到比如被打成30分的人寿保险；而已有90分的那一位则可能拿到家用电脑，值10分。

当积分相同时，或者这些分数不易分配时，那就按泰勒及布兰斯发明的一道数学公式来分配，这公式可以保证不会产生妒忌。（正在申请专利中。）

把妒忌感去除的关键是，不同的参与者对同样东西的估价不同。离婚的怨偶双方都认为自己得到的超过50%，因为他（她）把最后得到的东西的分数，打得比对方高。同样的，“坏”东西也可以依样分配。人们可以把他们想要避免的东西打上负分。例如，付税的苦事；或者对某些人来说，换脏尿布也是苦差事。

这样一个制度是否真正可行？不知道，因为这种步骤太新了，怀疑者及支持者都有。有些办离婚的律师很怀疑这么理性的方法可以应用在这么情绪化的场合。可是也有其他人拍手赞同。

污染配额也可拍卖

加州理工学院的科学家则采取了另一种处理公平与否的途径。这方法是基于古老的拍卖方式。李她亚德说，拍卖能抵消人的贪欲，因为每个人都“倾向于要求比真正需要的更多的东西”。拍卖能节制人们去购买自己不需要的东西，因为他们需要付钱取得他们喊成价的东西，可以花在别地方的钱就少了。换句话说，他们要做能产生现实后果的选择。

当然，要使拍卖能够成功，每位参与者在开始的时候拥有的东西都要相等。可是不是每个人都能同意“开始时相等”的意义是什么。例如，加州理工学院曾经介人去协助该怎样分摊污染洛杉矶天空的责任。他们想出的方法很像拍卖，不同的是，每一参与者都在喊价去买许可污染的执照。对某公司来说，和其他的公司相比，减少污染是很困难的事，需要投人的环保费用更加昂贵。因此，1990年的清洁空气立法允许加州的公司去买卖许可污染的执照。如此，承诺花钱投资昂贵环保设施的公司，就可以把他们不需要用到的污染配额卖给其他公司。

可是，如果要使这个方法公平，总污染的数字在一开始就要很平均地分摊给各参与者。“在这场合，相等的数目是不公平的，”李地亚德说：“如果给乔的酒吧烤肉店和南加州爱迪生电厂同样的配额，是不公平的事。”

由空气品质委员会分配的配额，是基于1980年至1990年间的污染程度。基于这些数字，一家工厂可能拿到每年能排放3000吨污染物的执照，一个甜甜圈店可能只得到每年50磅的配额。可是，正如加州理工学院经济学家卡梅勒（Colin Camerer）所指出的，这个制度“奖励过去污染的人”。

换句话说，这制度不是完美的。不过至少是一个开始，引发了动机，要每个人都去减少污染。而在这减少污染的过程中，还可以节省下费用。

另外，使公平分配的尝试变得复杂化的是人的因素。所以，美国国家科学基金会给加州理工学院的经费，目的是用来探讨人们真正的行为是否与数学模型相吻合。

例如，研究者假定人们行事的方式一直是要得到极

大。可是加州理工学院的卡梅勒发现，在一系列的实验中，好的举止也能妨碍理性的行为，特别当这些参与者都不是陌生人的时候。他们能不顾有形的奖赏，甚至于包括金钱，以避免显得贪婪或自私。有了人与人之间的接触时，他们还可以更进一步改变在经济上的行为。例如，自愿捐钱去替社区做好事，如装路灯。“面对面时，他们的捐钱率直线上升，”李地亚德说：“为什么如此，则是一个尚待解决的问题。”还有，人们在一对一的场合做的选择，可以和他们在大社群中或社团中以会员身份做的选择，大为不同。

加州大学洛杉矶分校的沙林（Rakesh K. Sarin）研究人们怎样在相对的风险（如生活在有毒烟雾中）及可能的增益（如增加工作机会）之间作权衡。他发现，某人认为从他个人的观点说来是一个好交易，可是当他在一群人之中时，就变成不可接受的交易。

这个对于公平与否的崭新数学研究，李地亚德说，具有无中生有地建立起新社会制度的潜力。直到现在为止，经济学家及政治学家都几乎只专注于研究既有的系统，如选举及经济市场。“我们应当看一下拍卖及选举，然后问：它们是否公平？就像在观察研究自然界里的兔子及老鼠一样。”

现在，李地亚德说，他们可以把这过程头脚倒置。第一是先得到大家一致的意见，同意什么叫做公平（例如，公平有“不招妒”的性质），然后再去设计出能达到这目标的过程。“因此，不是直接去观察大象，”他说：“而是去玩 DNA 的把戏，去创造出一只大象来。”

我们可以把这个拍卖污染配额的制度，称为第一批

从新地基造出的新社会制度。如果这种方法流行起来了，谁知道未来会有些什么？同样的方式也能应用到所有的事物，从谁被分配到学校宿舍的哪一个房间，到谁被征去军队中服役。

我们至少可以说，社会科学家和数学家已在学习怎样避开固有方法中的矛盾。“当某人说，他们要一个公平的机会时，”李地亚德说道：“我们了解，这就打开了近乎无限的可能。”



第十一章　和蔼体贴的数学原理:数学证明了金律

令人奇怪的是，有个单一的性质能把参加者分为高分及低分。这性质就是好心。

——爱梭罗德（Robert Axelord），《公司的演化》

生命并不以作战方式占领世界，而是以网状组织。

——马古利斯、萨根，《演化之舞》

“你们愿意人怎样待你们，你们也要怎样待人”、“以眼还眼”、“当事情顺利时，就尽量取”、“他并不严厉，他是我兄弟”①。

① 译注：“你们愿意人怎样待你们，你们也要怎样待人”的典故出于基督教圣经《新约·马太福音》7:12。这个训令通常被称为“金律”。“以眼还眼”语出《旧约·出埃及记》，21:24。原文列出当时的原始犹太法律的雏形。最后一句是徇私袒护的意思。

白私和利他一直都是人类事务中不安的伴侣。教堂和童子军都热心劝人替有需要的人做些好事；而同时，广告及政客都鼓励我们要愈贪婪愈好。真的，贪婪才会导致进步的想法，已经成为一种美国式资本主义的教义。如果你愈能只为你自己着想，整个社会就会变得更好①。

这个不惜一切去赢的策略，气势之所以能成长，乃是因为它似乎基于自然律。达尔文的最适者生存的观点似乎建议，只有最卑鄙、最具竞争性及最自私的个人，才能爬到演化山头的顶峰去。妥协、合作及和蔼体贴，是属于弱者及失败者的。在资本主义社会里，不自私就等于经济上的叛逆。

好人最终还是赢家

长期以来，人们已经接受这种人生哲学为不可否认的真理。可是最近20年来，数学家已研究过生还幸存的策略，找出哪一类策略才是真正最好的。研究结果几乎令每一个人都感到惊奇：好人能赢，而且经济在终线时是第一名。

数学家设计出某些竞赛，可以在许多冲突中选出赢家，结果名次最高的不是最凶猛的，而是最能合作的。最具讽刺意味的是，从这些数学研究中冒出来的策略，听上去很像老式的说教：朝未来着想、合作，不要垂涎你邻居的成功，原谅那些侵害我们的人。

① 译注：请与中国战国时代杨朱的雏形资本主义"拔一毛而利天下，不为也"及墨子的博爱主义（原始共产主义）相比。也请同在台湾商业界流行过的一句话相比："人不为己，天诛地灭。"

大部分的对局论[①] 都集中注意力在一个最难解决的问题，所谓的“囚犯的进退两难”的选择问题。这问题通常以美国人熟悉的警察秀的方式表达出来。两位共同犯罪的人各自关在两间房间中。每一人都被警察告知，如果他招供，另一人就会被监禁而他就会遭释放。可是如果这人不出声，当局也许就没有充分的证据把他判罪——当然，除非另一犯人先把他告密。哪一个策略最好？不说话，还是去和警方打个交道？

我想，把这个论题变成另一种形式，也许可以使这问题内涵的矛盾更能看得清楚。举个例子，如果你已经可以不用你的旧车了，可是你急着要一艘帆船来排遣周日下午。你从报纸上知道另一人急着要一辆车，而她正好有一艘你想要的帆船，这是她不再需要的帆船。你们两人同意，互相交换车和帆船是一个公平的交易。

再假定，为了某种原因，这个交易一定要秘密进行。你们同意把车、船都放在互相约定的地方。问题是，如果你把车留下，而在约定的地方没有帆船，那会怎样？那就代表你受骗了。

船主当然也面对着这个同样的两难问题。

从逻辑上着想，你也许能把赞成和反对的理由一起这样加起来：如果你把车留下，可是这人不留下船，你

---

① 译注：对局论（game theory），这是研究“在竞赛中利害关系对立之竞争者，如何能采取一种最有利的策略”的数学理论。我想历史上记载的对局论方法的最早应用是在中国。战国时代有这么一个故事，两位国王赛马，通常都是以最快的马和对方最快的马（上驷）去竞赛，第二快的（中驷）去赛对方第二快的，第三快的（下驷）去赛第三快的。有时输，有时赢。有一位谋臣建议一个新的必赢策略，即在第一回合中以下驷去同对方的上驷赛，当然必输。在第二回合中以上驷去和对方的中驷赛，这样就会必胜。在第三回合中以中驷和对方的下驷去赛，也必胜无疑。因此在三次竞赛中，就能保证赢两次，结果还是赢的。

就被骗了。如果你不把车运去，而她也不把船运来，那么你们两人扯平。如果你不把车留下，而她把帆船放在那里，你不花一文就得到了帆船。

逻辑向你指出一个不可避免的结论：不论对方做什么，你不去留下车是最好的策略。同样的逻辑也把帆船主人引导到同样的结论。结果呢？你们两人都不能得到你们想要的东西。

任何时候，如果你只为了自己的近利行事，而每一人都这么做的话，结果就会是灾祸（即大家都得不到利益）。囚犯的两难选择问题就会在这种时机中出现。你应当把你的垃圾朝汽车窗外丢去，还是等到看见垃圾桶时再丢？你想听公共电台的节目而不捐钱支持呢，还是捐钱去买你要听的节目？遵守限武的协定，还是去欺骗，把你的武器隐藏起来①？

很明显的是，如果一方合作而另一方行骗，合作者就是上当的呆瓜。可是如果双方都行骗，没有一个人可以得到些什么。

从局外看这情形，可以很明显看出，对双方说来，合作是最好的策略。可是从个人的观点来看，总会有一种诱惑，尝试着去从对方那里多取得些；如果不合作，你总会有一个机会可以赢得更多些。

一报还一报

那么，为什么人们还要合作？这就是在 20 世纪 90 年

① 译注：这就是所谓的"公德"。如果每人都不守公德，社会秩序就完全破坏。

代，使密西根大学政治科学家爱梭罗德感兴趣的地方。如果狗吃狗（互相残杀）是森林中的法则，那么为什么在人类及其他物种中，合作是很普遍的现象呢？

爱梭罗德指出，在第一次世界大战的战壕中，对垒阵营的兵士之间彼此心照不宣，有互相容忍求生存的协定——这是直接蔑视指挥官的命令。有一位英军军官在1915年8月的日记中，回忆在下午茶的时候，有一枚普鲁士（德国的旧名）的炮弹在英国阵地中爆炸，一位德国士兵爬出他的战壕，跑过双方阵营间的无人地带来道歉："我们希望没有人受伤。这不是我们的错，那是那可恶的普鲁士炮兵。"

在我们这里，不很清楚为什么人们要遵守交通信号。从个人方面来说，没有什么动机要在红灯时停车，可是大多数人还是停了车。人们留下小费给不再见面的侍者，没有人看见时也会把自己的垃圾拿走，对完全陌生的人表示和蔼与体贴。

为了理解这些看来十分矛盾的现象，在1980年，爱梭罗德邀请了对局论的专家来做一场重复演练囚犯两难问题的竞赛。每一参与者各送入一个策略程式，再以电脑去执行不同的策略，让一个策略程式和另一个策略程式互相竞赛。结果算成点数，列成表。

几乎每一人都感到奇怪，因为最成功的策略是一个极为聪慧而简单的程式，是一位多伦多大学的心理学家拉普波特（Anatol Rapoport）提出的，叫做"一报还一报"（Titfor – Tat）。这程式中的第一步总是合作的，以后的步骤就反映对方的举动：如果对方合作，一报还一报就合作；如果对方不合作，一报还一报就以牙还牙。

第十一章　和蔼体贴的数学原理：数学证明了金律

在这种意义上，一报还一报具体表现出基督教圣经的两种训令：以眼还眼、以牙还牙，及金律。或者可以如庞德史东（William Poundstone）所作的总结，说这程式的信息是："你们愿意人怎样待你们，你们也要怎样待人——不然，要你好看！"

因为一报还一报策略的第一步是不做坏人（告密），爱梭罗德称它为"好心"的程式。这个竞赛的结果是，赢家程式大都是"好心"的，而大多数的输家都不是。一报还一报也偶尔能以宽宏大量对待对方；就是说，即使对方反叛了，一报还一报还偶尔报之以合作。爱梭罗德说，学到的训诲就是"好心及体谅"。

很重要的是，在这类模拟竞赛中，极其复杂的电脑程式的表现，比随机的程式好不了多少，因为没有一个人能搞清楚对方的策略是什么，以采用等值的策略去回报。

满怀敌意不会有好下场

爱梭罗德又举行一次后续的竞赛。这一次的参加者非但有对局论的专家，还包括了生物学、物理学、社会学界的研究者。这一次，每个人都已先知道一报还一报及其他"好心"如何成功了。即使如此，拉普波特的简单程式还是赢了。爱梭罗德的结论是，其他专家"都犯了种种系统上的偏差，即：竞争性太强使得自己吃亏，谅解宽恕度也不够。"①

① 译注：请同中国的谚语"吃亏就是占便宜"比较。

在最后一回合中，爱梭罗德想要看一下，如果把所有的程式都放在一起作一种达尔文演化式的竞赛，最适者生存的意义是否就是那些能产生最能存活的后代的程式（后代的数目由其所得的点数而定）。

这一次，一报还一报的表现还是很好，可是在起初，有些非常凶暴、极度剥削性的策略程式也有良好的表现。但是一件趣事发生了：被剥削者都给消灭了，再没有可以被吞下的可怜虫了。如爱梭罗德的说法，“长期下来，不怀好心的策略能把它所需要的环境完全破坏掉。”①

这个竞赛也对善妒的人提出一个教训。如果某个策略妒忌另一个策略的成功，因而想要去做得更好，通常会做到“把自己的鼻子割掉反而使自己难堪”。也就是说，唯一要胜过对手的方法是攻击，而这就会引起许多回合的坏心眼的行动，使得所有人的情况都变得更坏。

“妒忌其他参与者的成功，没有什么作用或用处，”爱梭罗德说：“因为在这种游戏中，对方的成功就等于是你自己能成功的先决条件。”

成功的最后一个必要条件是安定而长期的关系，同样的参赛者会不断一次又一次加入竞赛。在这种情形下，合作是划得来的。这就解释了一次大战战壕里的兵士关系，他们面对着月复一月的对垒；也可应用在很拥挤的社区中，或者是用在需要与对手进行一连串协商的国家领导人身上。

---

① 译注：有这么一个例子。19至20世纪间的美国石油大王洛克斐勒(John Rockefeller）用了种种卑鄙方法把竞争者打倒（后来因为他的手段之卑鄙，使得美国国会立法禁止应用他的手段）。可是如一位评论者所说，因为没有竞争者可以打倒了，而每一人都深恨他，因此，他在接下来20年的余生中，尽量捐钱去作公益的事。后来他的后裔要竞选总统，条件都够，可是遭许多人反对而未成，原因之一是老洛克斐勒留下的孽。

合作者生存

最近，纽约大学的布兰斯在使对局论变得更实用化的工作上，迈进了一大步①。他对于“是否可能用数学理论去模拟人的感情”这件研究工作很感兴趣，因而想出了怎样在挫折的场合中走出来的策略。

在他的“挫折”游戏中，一位参与者被锁在某种很恶劣的情况中，而另一位参与者则很满意，并没有去改变的动机。这第一位参与者无法在不伤害到自己的前提下，离开这恶劣处境。

吻合这种情况的实例可能是，家庭中有一位不听话、难以管束的青少年。这青少年拒绝遵守他父母设下的任何规则。父母不愿太严峻，因为这也可能伤害到自己的利益。（例如这位青少年用他们的车去接送小妹上下学，父母如果不把车钥匙给这位青少年，他们就得自己去接送小妹。或者说他们立下了不得看电视的规定，可是这也等于他们也要放弃自己心爱的节目。）可是，如果这一对父母的挫折感够大的话，他们也许会决定去伤害自己的权益（至少暂时会如此）。

另一个最近和社会议题牵连在一起的对局论，触发了和参与者身上的“标记”有关的效应。所谓的标记是指肤色、国籍或性别。如庞德史东所叙述的，这个一报还一报的变异版本，规则改变了一点点：参与者会和同一群体中的其他参与者合作，可是不会和有不同标记的

① 原注：详情请见他写的书《下一着棋子的理论》(*Theory of Moves*)。

参与者合作。因此，男性、蓝队的成员会和其他男性或蓝队成员合作，可是与女性或红队碰面时，就不合作了。

一点都不奇怪，在这种歧视性的一报还一报游戏中，多数的一群总是做得很好，而少数的一群则表现得很差。原因不难想像：多数群中每日交往的大都是他们一伙的，因此被“好心”地照顾着，而少数群总是碰到敌视他们的人，总被认为是“异类”，不愿去合作。

庞德史东因此下结论道：这种行为的动力，可能可以解释少数族群之所以凝聚力特别强——宗教也罢，种族的也罢，甚至于经济上的。即使是一个少数民族居住区[1]，也能是一个“安全的避难所，在那里所有的交往很可能都是明确肯定的。”

奇怪的是，从生物世界而来的证据（来自生物学及遗传学），似乎证实了从对局论而来的“抽象”论证。如果这些观念是对的话，那么物种演化依赖“狗咬狗式互相残杀”的成分似乎会很少，而依赖于“狗学会怎样和其他的狗相处”的成分（更不必提到人类的合作了），要比任何人能想像到的多很多。

换句话说，即使因为“最适者”易于生存，并不一定能说“最适者”是最强壮的、最卑鄙的，或者在生育上产出最多的；最适者可能是那些学会如何应用合作来

① 译注：原文用的“ghetto”最早指的是犹太人居住区，起源于意大利威尼斯城，在1916年，把一个叫做Ghetto的翻沙铸铁厂附近的地划成犹太人居住区，由基督教兵士巡逻。后来变成强迫犹太人居住的地区，再后来演变成贫民区。“ghetto”在美国专指贫穷黑人居住区。可是如本书正文中所说的，许多的少数族群自愿住在一起，以和其他的多数族群分离，如美国大城市中的“中国城”等，都是这一类自愿分离的居住区。社会学的名词是自愿隔离（voluntarysegregation）。

第十一章　和蔼体贴的数学原理：数学证明了金律

达到目的者[1]。

共　　生

引起争论的微生物学家马古利斯，把“共生”（也许可以说成，不需要牧师福证的同居）的观念大幅延伸，认为是一种使生物成形的主要力量。从树到鱼到蘑菇菌类，任何有生命的东西都从其他生物得到食物，打造居住所，互相利用，经常形成终生的伴侣关系。为了要共享利益，往往有很奇怪的安排[2]。

马古利斯创议说，细胞也起源于次细胞生物间的合作。细胞内装满了功能专门化的元件，有消化食物起新陈代谢作用的，有生产能量及储存能量的，有把细胞推动的，有撑起细胞内部结构的，等等。有不少证据支持马古利斯的构想，说细胞更像一群互助合作的个体所形成的社区，而不像有些竭力去竞争以求“成功”的种族的幸存者。

其他生物学家则基于一些不同的基础而争论道：可

---

① 译注：译者认为这个研究解决了中国两千余年来不断争执的“性善”及“性恶”的问题。按这个研究的结果，如果人性真的恶的话，人类早已绝种了。就是因为“人皆有恻隐之心”，才能有社会。

② 译注：共生（symbiosis）是生物学名词，指的是两种不同的生物居住在一起，互相依赖为生。人体中有不少细菌（例如大肠菌），以人身上的废物为生，而人需要这些细菌来消化食物。这种关系就叫做共生。无花果（fig）的繁殖完全依赖一种叫做无花果蜂的昆虫。无花果的花在果实内，而无花果蜂钻入果实内长大。雄蜂钻入和雌蜂交配生卵，可是在钻进钻出的时候就把花粉传播了。这就是一个显著的共生的例子。最近有些生物学家把狗猫等宠物，甚至于家畜及家禽如牛羊猪鸡鸭等和人的关系，也看成共生关系，互相得益。狗与人，甚至于马和人的关系，如果从表面上去看，简直就是主仆间的关系。即使是养大了食其肉的家禽和家畜也一样。以猪为例，以它现在的形态，在野外的生存机会极小。可是因为猪对人有用，因此猪的数目很多（丹麦的猪口约当人口的3倍）。世界上各物种生存的第一目的就是绵延本物种。如果以这个为准绳，虽然猪最后都被人杀了吃，可是从绵延种族的观点来看，它已经达到目的了。

能人们的基因行李中携有一种利他主义的基因（更不必去提蚂蚁和蜜蜂及其他社会性生物了）。不久前去世的汤马士[1] 写道，利他主义“对于种族的绵延是不可或缺的，它在每日生活中的每一面都存在。”

毕竟这是很多人知道的事，吸血蝙蝠及棘鱼常常冒自己生命的危险，把食物送给同族吃，即使这位同族和它不算近亲。

汤马士以他经常用的诗歌形式，把这些事实写成类似圣经的重大训诲：

> 我维护这个立场——我们出生及长大于互相喜爱之中，我们有做这点事的基因。我们能被说服置这个喜爱于不顾，是因为这个基因中的信息像是来自远方的音乐，而我们之中有些人听觉不好。社会中充满噪音，这些噪音把我们自己的心声及我们之间的联系给淹没了。因为听觉不好，我们介入战争，我们制造载有核弹的飞弹。虽然如此，这音乐还在那里，等待着更多的听众去聆听。

汤马士很可能是对的，可是并不只有利他基因能听到这音乐。在《发现》杂志中，齐墨（Carl Zimmer）写出麻州布兰戴斯大学的一位电脑神通马太雷克（Maja Mataric）的故事。马太雷克设法把 14 台机器人管理成能在简单的工作中合作，例如去找回一个橡胶圆盘。很令人奇怪的是，机器人的这个才能不是她编入程式中的，而是机器人自己学会的。她把这些机器人的程式编成，要它

[1] 译注：汤马士（Lewis Thomas，1913－1993），美国名医生及作家。

们去观察其他机器人在做什么，而不是编成大家都在同时间去抢这橡胶圆盘。在15分钟的实习后，机器人尝到利他主义的美味了。

至于机器人、吸血蝙蝠、甚至于数学家，究竟为什么能合作，我把这些问题留待将来研究。即使合作并未驾驭人的演化，它可能也并非完全不在这情景中。很可能，数学家对人类互动行为的研究，有朝一日可以协助说明这个似乎愈来愈严重的人性共同悲哀——或者如金氏所说的："我们为什么不能好好相处在一起？"①

【译者附记】

我本来想把这些话放在导读中，可是也许放在这里要更适合一点。最近去世的卡尔·萨根（Carl Sagan）在一篇文章《游戏规则》（搜集在《亿万又亿万》一书中，第十六章，商周出版）也提到同样的金律及囚犯的两难选择，可是稍有不同。还有，中国的至圣孔子说过的话，几乎和这里说的差不多。

本文的原来标题"金律是对的"会使人误解。金律就是只容忍。有人打你左颊，把右颊再给他打。这种态度可以叫做"姑息养奸"。在上面提到的萨根文章中，萨根说，这条金律根本不管用。他写道："别人把你的左颊打了，你是不是真的能把右颊转过去让他再打一巴掌呢？对于一位没有心肠的敌人，是不是这样做只会保证再多受些痛

① 译注：金氏（Rodney King）的故事如下。数年前在洛杉矶，他因为驾车犯小规，被警察拦住，可是起了冲突，四名警察把他毒打一顿，有人持录影机照了下来，送到电台去。电台把它播出，一时全国大哗，要求惩凶。可是有种族歧视观念的陪审员判决警察无罪，之后联邦法院以妨害人权罪起诉成功。后来洛杉矶市政府赔偿了事。

苦？"如果这金律真的管用，就可以把美国的国防部撤销（其他和平的国家亦然），代之以"左颊部"及"右颊部"就行了，雇了人专门让人打。

其实本书的作者并不是说要完全遵守金律。她在引用金律时，又加上一个条件：以眼还眼。萨根把这两种加在一起的律叫做"银律"。本书作者的结论和萨根的很像，银律才是真正可行的律。萨根文中引用的孔子的话是："己所不欲，勿施于人。"这句话听上去很像金律，可是有些微妙的不同之处。我认为这一点微妙不同之处，就是后来造成中西文化断然不同的原因之一。我正在计划写一本书来阐明这一点。因为牵涉甚广，到此为止就不再继续谈下去。

萨根认为孔子的主见是银律，原因是，孔子虽然说了这条很像金律的话，可是后来他又说了很类似"以眼还眼"的话，而孔子说的更有逻辑。有人问孔子，"以德报怨，何如？"（论语，宪问第十四，三十四），以德报怨就是金律。孔子的回答是"以德报怨，何以报德？以直报怨，以德报德。"直就是公平正直，即用法律来处理。也可以说等于"以眼还眼"。可是以眼还眼的意义不太清晰。是人家打你一巴掌，你也回打一巴掌，踢你一脚，也回他一脚呢？还是把他送交法院处理？孔子说的比较详细，要以公正的法律处理。因此，可以说，孔子说的话的数学形式也是"一报还一报"的策略。在本文中说到的简单数学模型中，一报还一报用的是等值的"以子之道还治其身"的办法。可是这仅是数学上的假定，使解答容易一些而已。从本章的脉络看，作者的意思不是严格的"以眼还眼"或"以其道还治其身"，而是要采取适当的反应。

第四部　真理的数学原理

我们现在的知识中，
最能让我们感到有安全感的，
就是知道我们不知道的是什么。

　　大自然知道她在做什么。即使我们不能发现，她还是做了，

——艾丁顿爵士

对绝对真理的憧憬与宗教有关，而与科学无关。

——达斯顿（Lorraine Daston），芝加哥大学科学史学家

为什么我们会衰老？为什么人们会遭到雷击？为什么别人都那么幸运？为什么在地震中，桥梁会崩塌？为什么有这么多人相信超感觉（心灵感应）现象？为什么一枚抛转向上的硬币，掉下来的时候，一半的机会人头朝下，一半机会则朝上？为什么时间不能倒流？

好吧，去谈真理的数学原理，也许是太自负、自大了点。可是数学已提供了一些很有威力的方法，至少可以更加接近真理。几乎任何我们看得到的任何地方，都在使用这些方法，虽然大多数人都不曾察觉到。

例如，有个合理解决问题的方法是先找出产生这问题的“因”是什么。如果没有数学的工具，要找出问题的“因”的工作就会更困难。

可是要找到原因的真相，可能是一个需要技巧的难题。“因”经常和各种隐藏的关系以及各种影响，都缠结在一起。有时这个“因”是随机的，这使我们不安，因为我们受到很强的驱策，要去找出最基本的“因”和“果”之间的关系。我们深恨这个事件是偶发的构想。使我们高兴的是，“因”和“随机”不是互斥的；它们之间

仅有一种比人们以前所想的更为复杂的关系。这第四部的第十二章，就要来讨论可把因果关系数量化的两种相连的方法——机率及相关（correlation）。

第十三章谈到如何能证实真理。在我写这本书的时候，辛普森的案子正在法院中蜿蜒趋向结束；一种叫"顶夸克"的次原子粒子被发现了；而一个古老的数学问题，叫做"费马大定理"的，刚被证明出来①。说来奇怪，律师、科学家及数学家居然用几乎同样的工具去证明各自的问题。所有都被认为是合理合法的科学测试，可是没有一样是具最后决定性的：

●可能的真理（或真相）依赖的是统计上的论证，以便衡量好几个可能性中的哪一个最可能是对的。当必须把某件事确证到完全不存在合理的怀疑，那代表什么意义？哪种程度的怀疑是可被接受的？二十分之一？一兆分之一？

●许多法律上及科学上的论证，依赖的是逻辑真实性。就是基于这个信念，以下这些清楚的演绎，总会带我们走到毫不含糊的结论。若 X，则 Y；假定逻辑的论证是合理的；假定真理或真相能以理性的力量使其显露出

---

① 译注：费马（Pierre de Fermat，1601－1665），法国数学家，在1631年提出一个未被证实的理论，后来被称为费马大定理（Fermat's Last Theorem）。定理的叙述如下：没有任何大于2的整数可以满足这方程式 $x^n+y^n=z^n$，n 为大于2的整数。n 等于2时就是几何中的毕氏定理（又称为勾股弦定理），毕氏定理说直角三角形的弦（对着直角的边）的平方等于勾（小边）的平方及股（大边）的平方之和，最简单的整数例子是一个弦长为5，勾长为3，股长为4的直角三角形，3的平方（9）加上4的平方（16），等于5的平方（25）。可是没有任何整数的立方可以满足这类方程式，即不可能有 x 的立方加 y 的立方等于 z 的立方。费马大定理是看起来很简单的问题，但不知绞尽三个多世纪的数学家多少脑力，可是只证明到 n 为一百余的特例。在20世纪90年代中，好几位数学家几乎成功了，最后，一位数学家综合所有这些数学家的结果，以穷举法（method of exhaustion）终于证明了所有 n 大于2的整数的费马大定理。

来。

●最后，律师都需要把他们的案子放在陪审团面前，就如科学家把论文交给同僚审查一样。这就是以共同意见去决定真理或真相的方法，在这方法中，由知详情的人（专家或陪审员，或者两者均有）评估证据，最后达成共识。这些共识经常都是临时的结盟，后来会被新的洞察或新讯息所推翻。科学的真理，就如法律上的真相一样，不仅是一些事实的累积，更像是一连串的追击论证。区别是，法律上的真相必须很快就要有结论。

最后的第十四章，要去看一个通往真理之路的最有力响导——对称性的观念。探究对称性，可以帮助你我检视出自然百态中哪一些是真正基本的现象。要得到这些不变的真理，也许颇具讥讽意味，但却可以这样说：先要很敏锐地知道自己的观点是什么。爱因斯坦的狭义相对论及广义相对论就是这类的个案研究——如何能把每一特别的参考座标数量化，因此，可以再深入发现更深奥的真理。



第十二章　事情因何发生?

确定而可能的原因：骰子的滚动

一个很微小的、逃过我们注意力的因，可以决定一个很大的、我们无法不注意到的果，而那时候我们就把这个果称为随机的。

——庞加莱①

机率对人们使出一种很特别的吸引力，即使不关心数学的人也受吸引。它在哲学上的意趣极为丰富，有极高度的科学重要性。可是它也是令人困惑的。

——纽曼，《数学世界》②

---

① 译注：庞加莱（Jules Henri Poincare, 1854 - 1912）法国名数学家，发明相空间（phase space）。他也是天体力学专家。

② 译注：《数学世界》（*The World of Mathematics*）是在20世纪50年代末期出版的，共四大卷，搜集了许多和数学有关的科普散文及数学轶事，纽曼（James R. Newman）是主编。作者有数学界以外的人士，如萧伯纳写的赌博和保险的比较。

滚骰子是随机的缩影。可是没有理由认为它应当如此。骰子和行星一样，也遵守自然律，它们被可以预测到的重力拖到桌面去，在空中打转时被我们知之甚详的空气阻力所慢下来，绕圈了转，并且遵守同样的动量不灭定律——正是这些定律把行星弄得团团转，也使汤妮亚·哈丁在冰上摔跤①。

在这些闹剧中，没有留下给随机去决定的事物。可是一次又一次，它都是随机的。你可以把一分硬币抛上去，在抛了一百万零一次的时候，这硬币掉下时候人头朝上或朝下的机会仍各是50%。

纽曼的冥思已经有50年之久了，可是机率还是一样的困扰人。纽曼写道，令人惊奇的一件事是，尽管已有不少注意力集中在这问题上，数学家和哲学家仍然不能同意机率的意义是什么。他们之间为何意见不同，真要比三位盲人描述一只大象还要难以解释。因为在这场合，观测者既不盲目，而且被研究的个体还是他们自己设计出来的。

机遇是很诱人的，可是又令人烦恼。诱人的地方在于它给了我们藉口，可以不负任何责任：任何随机发生的事不必有理由或根据；那是一些我们不能知道、无法控制的东西；那是从青天上掉下的，或不知来自何处。

而令我们烦恼的也是同样这些原因。

随机发生的事不属于理性的世界。对有些人来说，例如爱因斯坦，无法确定的因是不可以接受的。即使不

① 译注：汤妮亚·哈丁（Tonya Harding）美国滑冰女星，因雇人打伤竞争对手，被勒令退出奥运竞赛。

了解爱因斯坦的人，也曾耳闻过他对物理学家同侪玻恩[1]所发的喟叹："你相信一位掷骰子的神，而我相信十全十美的律治……"

爱因斯坦对当时的原子新观点感到不安，这个观点显示出次原子领域中蔓延无阻的就是机率。在20世纪初期，更精确灵敏的光与物质的实验结果，驱使物理学家朝这个似乎不可避免的结论走去：在次原子尺度中，粒子的位置不能在某一指定的时间被确定。粒子的行为根本不能预测，你只能说出这些行为的机率。

这种对于原子的新理解，解释了十数个未解之谜。可是爱因斯坦仍然不为所动，他说，即使这些很明显的成就，"也不能使我转去相信那个基本上属于玩骰子的游戏。"

究竟是什么东西，使次原子粒子的行为如骰子般无法预测？它们是否被"因"推动？是否不得不去做毫无模式的闲逛？没有力就能引发吗？为什么它们不管在哪里，都像一群酒醉的宾客东摇西摆？

玻恩争论说，无预测性并不是说次原子粒子的行为是没有因的；只是说它的因太微妙了，太复杂了，我们无法解开。（玻恩、爱因斯坦之间全套戏剧性讨论的信件都收录在玻恩《因和机遇的自然哲学》一书中，我郑重推荐给任何想要进一步了解这些精彩辩论的人。）

随机的因

今日的物理学家已经接受了这个奇怪的事实，即在

---

① 译注：玻恩（Max Born，1882－1970），德国物理学家，1954年诺贝尔奖得主，是量子力学发展时的大功臣之一。这里说的律治（rule of law）指的是宇宙万物受完美的定律管制，不会随机的。爱因斯坦终其一生都不能接受量子力学所描述的"所有原子领域的现象都受随机的机率统驭"。

机率与因果关系之间并没有任何矛盾。确实，所有物理的力（包括熟悉的电力及重力）都能以机率来描述。在原子内部把核子聚集在一起的“强力”，是一种粒子间的作用力，它可能发生作用的机率要比牵涉到放射性衰变的“弱力”，还大上许多数量级。

“原子世界中的小作用，”物理学家莫里森这么写道：“是被因及随机的融合所统治的。”对那些一方面觉得一个完全决定性的宇宙，会使创造性及自由意志窒息，另一方面又觉得一个完全不可预测的宇宙，疯狂到连想都不敢去想的人，这种融合应当给他们带来了些许宽慰。

一个仅仅能在统计上预测的宇宙，可以让秩序和机遇都有活动的余地。“在这种世界中，有容许去呼吸的余地，”莫里森写道：“可是它不是一个反复无常或者无秩序的混沌世界。机遇与因很美妙地接合在一起，成为一种观点：精确的模式主宰着可能发生的事件，可是这些可能发生的事件种类，广到可以让新鲜的事物完全自由发展。我们知道，这些新鲜事物就构成了我们生活中的世界。”

从某种意义来看，这是一个大尺度的问题。如爱克兰德在他的书《碎了的骰子》中指出的：随机是什么？决定性是什么？其间的区别有一部分是被其大小所决定的。例如，大家都认为撞球的运动是可预测的物理，没有人把撞球游戏叫做随机的。要将撞球打进某一球袋，所需要的就是对准母球（白球）的一撞。

另一方面，骰子则是随机的缩影。可是撞球和骰子两者都受同样的自然律管束，“因此，在终结的分析中，随机的基础是笨拙、无经验、或者天真无知的行为；或

者在观测者眼中认为是随机的[1]。事实是，你可以假想有这么一个文化，它把掷骰子看成一种竞赛，而把打撞球看成一种随机的游戏。”爱克兰德这么写道。

当然在这种情形，骰子要大些，也许如撞球那么大，或者可以把它当作波基球[2] 或保龄球一样地丢掷。而撞球就需要小些，大小如骰子，打出时会遇到障碍，就如弹珠台游戏（pinball），输赢是随机的。

不管怎样，这区别仍然既不明确、亦不清晰。

赌徒须知

的确有一种很真实的感觉：机遇是因。以骰子为例，任何去赌城拉斯维加斯的赌徒最好要知道，两个骰子随机掷出后，出现的总点数中，以 7 为最频繁。这原因一点也没有神秘性：如果骰子的六个面每一面出现的机会是均等的，产生出 7 的机会自然比其他的点数都多。要得到 7 点，这两个骰子出现的面可以是这些对：6 和 1，5 和 2，4 和 3，3 和 4，2 和 5，1 和 6。可是只有一种情况加起来的点数可以是 12，或 2。换句话说，7 出现的机率比其他点数要高。因此，比起其他数字来说，7 是最有可能的。机率是有机可乘之国土，只要问寿险公司推销员就知道了。

当然，赌徒对于哪一枚骰子掷出 5、哪一枚掷出 2 的

① 译注：有经验的掷骰子人，可以控制骰子出现的点数。因此，在西方的赌场中，骰子一定要丢到对面桌边小墙被弹回来，再显出的点数才算数。在中国，一定要丢在碗中让它弹起再落在碗中（可能回弹好几次），出现的点数才算数。

② 译注：波基球（boccie）是意大利的一种在草地上玩的滚球游戏，球比撞球大一倍左右。

无知程度，不会比推销员对下一个将死的人是哪一位的无知程度更甚①。

纽曼结论说，整个机遇的观念只是对无知的婉言美语而已。可是，他还是退让了几步说，机遇也以规律性为标志，是“无序中的秩序”。在今日，我们知道机率隐身于许多种类的真相与真理之底②。

就是这种怪诞的随机规律性，才使得次原子粒子、群众、交通事故变成完全可预测的事物。迟早我们叫做“巧合”的东西，总会以某种令人惊奇而可预测的方式发生。

最近在纽约，有某个人第二次中了彩券百万元大奖。幸运符之果？某种幸运星相的安排？“不必那么惊奇，”纽约柯伦特学院的数学家曲克·纽曼（Chuck Newman）说：“在10到15年的周期中，每周都有两位中大奖的人，而街上总有数千个以前中过奖的人不停地买奖券”。

这就是为什么统计学家不相信某些研究的结论，例如说在高压电线下面住的人，癌症罹患率特别高。在一千个社区中，找出一个住有一大堆癌症患者的社区，实在是很自然的事，就如不断抛掷硬币时，总能出现连续10次人头朝上的例子。以上的癌症案例，只能暗示：也许高压电线和癌症有关系，但不能确证必有关联。

机率的数学是一种必要的工具，藉以筛检出那些纯粹基于机遇而预期会出现的事物——可是这不等于说，这些事物并没有一个发生的理由。

---

① 译注：当然，从事谋杀业的保险公司除外。有这么一个笑话：西西里岛（意大利黑手党MAFIA大本营）的人口调查局比美国要更先进，因为在美国只能预测明天将有多少人死亡，而西西里岛的人口调查局非但知道，而且还有名单。

② 原注：请看第十二章《举证的重担》中，可能为真的真理。

如纽曼所建议的，机率令人困惑，它是被坚纳斯神①抚养长大的，既可预测，又不可预测。这个令人迷惑的双重性，就是那些因为至亲吸烟致死而生活困顿的人，无力去控告烟草公司的幕后原因。吸烟能造成癌症已被证实，其证明程度已在合理的怀疑之上。可是要证明哪一个癌症病例确实是吸烟造成的，几乎是不可能的事。

都是随机造成的

如果数字够大的话，机率可以成为一个能看向未来的水晶球，而“机遇律”就变成和其他自然律一样可靠。再一次，大小比例的尺度能改变一切②。

当哈姆地—达姆地③ 从围墙上掉下时，已命中注定要粉身碎骨为十余碎片。身体和引擎终会磨损，原因乃是随机。档案变乱，冰会熔化，原因也是随机。

以个别原子的分析而言，没有哪个自然律规定说，每一个行动缓慢（因而可以说是极为冰冷）的水分子不能突然挤到杯子的东北角而变成冰。这样的事是可能发生的。它不发生的原因是，因为有数以百万计的可能途径，让这些缓慢行动的水分子到处散开，只有极少的途径可以让它们挤到这杯子的东北角去。

无序的可能性要比有序的可能性更大，因此无序发生于各处；无序是一个只要有机可乘就去乘的疾病，而

① 译注：坚纳斯（Janus），罗马门神，头有两个面孔，一个朝前，一个朝后，朝前的一个掌管日出（未来或开始），朝后的一个掌管日落（过去或结束）。
② 原注：请看第五章《尺度的问题》。
③ 译注：哈姆地—达姆地（Humpty－Dumpty）是鹅妈妈童谣集（Mother Goose）中的蛋，有脸及手脚，后来从围墙上跌下来跌破了。

从长期说来，它是高度可预测的。迟早，这些有序的冰晶体结构、蛋壳、皮肤的弹性，都倾向于不可避免的瓦解崩溃。使时间成为单行道的就是机率。

可是我们仍然下这样的结论：不知怎的，可能使事物发生的因总不像实质的因那么真实。当美国国家来福枪协会说“枪支不杀人；是人杀人”时[①]，他们就坠人了这个逻辑陷阱中。仅仅是“枪支到处都有”这事实，就使枪支的滥用变得更可能。要作反面的争论，就如同去争论说，一千片拼图从桌上掉到地上，散乱成一堆的机率，不会比两片拼图掉地上面散开来的机率高。人人拥枪的社会可避免高谋杀率，这情况绝非不可能，只不过机会渺茫而已。

从有序到无序

可是这并不是说，极不可能发生的事就从来没有发生过。如果有非常非常充分的时间，你可以把一枚硬币抛掷到连续出现100万次人头朝上，打匀的蛋可变回原来的蛋，香水的芳香都偷偷溜回香水瓶。当然，这些事所需要的时间都远超过宇宙的年龄。

纽曼问这个问题：要等多久，一本书才会从你的手中向上跳？他提醒我们，答案是，并非永远不会。正确的答案是，几乎可以确定，会在少于一个 googolplex 的年

① 译注：美国宪法第二条说，民兵有持有枪支的权利，因此，许多美国人认为持有枪支是宪法赋予的权利，甚至还有人认为是天赋的权利。国家来福枪协会是这些人中最极端的，约有300余万会员，认为政府无权去管理枪支，每人都有持有枪支的权利。这协会口中不说，可是他们的文献隐约透露出主张：罪犯也有拥枪的权利，因为这是宪法“规定”的。

数中发生——也许就在明天。(一个 googolplex 是一个叫做 googol 的数目自乘的数，而一个 googol 的数目已经比宇宙所有原子的数目还要多①。)“你只要去等待，等待最有利的时机来到，这时所有在书下方极大数目的空气分子都向书打来，而从上方向书打下来的分子数目极少。如此就能征服重力，书会自动上升。”

奇迹能发生，可以克服机率，可是不容易。要不是得等到永恒，就是要你去做一些功：你必须把档案按字母顺序安排，把电输到冰箱去做冰块，持续运动以强化肌肉。

生命经常在做这些奇迹，把散射的日光、土及水变成玉米、变成墨西哥面饼及汉堡夹肉饼。灰最后还是回归灰，尘回归尘②，可是在灰与灰、尘与尘之间，就有了人、小狗及秋海棠。生命是极度不可能发生的事，可是仍然发生了。它需要把这个不能避免的形态瓦解过程逆转过来，把时间的箭头倒转方向。

生命是违反自然、违反天性的。每一婴儿的出生就减少了宇宙中的无序程度。吉伦（Michael Guillen）叙述在 19 世纪中，克劳修斯③ 如何得到一个方程式，可描述宇宙中不可避免的无序状态，“就如他发现的许多不自然的行为一样，生命是某种发动机，这发动机能使正常的行为定律逆行，有如电冰箱能把热量从冷处流向热处。”(通常热是从热处流向冷处。)

---

① 译注：Googol 这数字是数学家卡斯纳（Edward Kasner，1988－1955）发明的，一个 googol 是 10^{100}，即 1 后面跟了 100 个 0。

② 译注：灰回归灰，尘回归尘（Ashes go to ashes，and dust to dust.）来自基督教旧约圣经，意思是生命来自虚无，而死后也腐化为虚无，到头来一场空。在西方葬礼中经常引用，有类似佛教四大皆空的意思。

③ 译注：克劳修斯（Rudolf Clausius，1822－1888），德籍物理学家，发现热力学第二定律，即正文提到的自然界的倾向是从有序到无序。

吉伦说，克劳修斯新发现的知识，“是关于为什么宇宙中的每一物体都会衰老、最后不免死亡的第一个科学解释”。在发现宇宙中的无序程度一直不断增加之后，克劳修斯了解到为什么“死亡的得分总是超过生命的得分，这就解释了为什么每一个生命最后会终结。永远如此。”

“因此这个改良过的牛顿式宇宙一定会停止、变冷，”在司多帕得的《世外桃源》中，汤玛新娜的导师世普铁慕斯，突然洞察到他学生的发现的涵义：原来无序是万物不可避免的方向。

“天呀!”

“是啊，”汤玛新娜答：“我们要赶快了，如果我们要及时行乐的话。”

相关与因：有双大脚的聪慧儿童

相关并不告诉你任何因果关系，但它却是一个即使是研究者也会犯的错误。

——南加州大学心理学家及统计学家威尔科克斯(Rand Wilcox)

有个得到“因”的真相的方法，颇受欢迎，叫做“相关”（correlation）——找出哪些事一起发生。从某种意义来说，这是一句老话“有烟必有火”的数学形式。如果烟和火通常一起发生，那么我们可以假定一个必定

第十二章　事情因何发生?

引起另一个。也许如此。

当然，统计上做出的相关，已经直接导出许多很重要的真相了。例如，远在了解吸烟造成肺癌的因果机制之前，吸烟和肺癌间的关系早已被看出有某种统计上的相关。许多环境生态危机亦然，包括以前广用的杀虫药DDT。自从工业化以后，空气中二氧化碳的多寡程度和全球暖化的相关之强，使得有些研究者认为气候的大灾祸必然不远了。

可是数学家知道，有相关不一定就有因果关系。就如保罗斯指出的，在学童中，有一双大脚与数学考试得高分之间，有很强的相关。原因不在于有大脚就有大一些的脑，而是因为年长的学生受过更多的数学教育，而他们因为较年长，因此脚通常要比年幼学生的大些。

相关的意义只是说某事和另一事有关联。潮水涨时船也高了，因为水平面把船推高。可是裙的长度是否随股票市场的涨跌而变长变短？果真如此，是否可以找出它们之间的因果关系？

经常，相关只是说时间上有巧合。社会学的研究经常显示出，父母离异与问题青少年的关联。可是这事也是真的，即不论父母做了些什么，青少年总是受到去闹事的诱惑。有人说畸齿矫正是青春期的因，因为两者似乎发生在大约相同的时间①。

同样的话也可以用在任何想像得到的感冒治疗法上。你可以用一个不可摇动的统计，来证明大多数服用感冒药的人，一星期后就会觉得好多了。可是从另一方而来

① 译注：畸齿矫正在美国很流行，青少年长大时，有许多牙齿不正的情形，可以用牙科手术矫正。

看，因为患感冒的人大多在一星期内会自动康复，因此，你也可以证明，任何其他方法都一样有效，例如喝妈妈煮的鸡汤、看“星舰奇航”之类老片子。

“有些相关分析真是愚蠢，”威尔科克斯说：“你可以证明你花在练习网球的时间和晒伤有相关。可是这并不能说练习网球就能造成晒伤。”这个网球——晒伤的相关是相当明显的例子，它以一个相关来遮掩一个隐藏的因。在这个例子中，网球经常是在户外打的，而户外大多有阳光。

可是同样愚蠢的相关分析，在许多看似论理极佳的论证中都出现过。例如，路易斯（Hal Lewis）在他的书《技术的风险》中，引用某个反对水中添加氟化物的组织所做的宣传警语，说大多数的爱滋病患者都出现在自来水添加氟化物的城市①。“可以这么说，这个发现也可以应用于任何有图书馆的城市，”路易斯写道：“同样也是对的，可是同样毫无相关。”

相关不是因果关系

想要把智商同种族联系在一起的研究，经常只依赖几乎同样谬误的推理，而不知道真正牵涉到的因。至少有一个因很明确，那就是：几乎任何和智商有关的相关，都和高收入有关。我们一点也不会对这个结论感到奇怪，因为富有的父母很容易付得起钱，让子女上更好的学校，

① 译注：20世纪50年代，牙科医学发现如果自来水中添加极少量的氟化物，可以防止蛀牙，因此各城市纷纷把氟化物加于自来水中。可是有少数的极端自由主义者认为这是政府在干涉人民生活，因此，组织起来反对。

买更多的书籍及电脑，通常这样养育出的儿女都是更健康、营养更好的。专家说，对智商和种族的研究，往往遮掩了更强的肤色和财富间的关系。“很可能这两件事同步上下波动，可是这两件事都是被第三因素所推动的。”斯坦福大学统计学家奥尔金（Ingram Olkin）这么说。

收入和健康程度倾向于同步上下波动。高压电线和癌症的关联，很可能也来自这个事实：穷人住的地方及工作的地方就在高压电线附近的可能性很高。

医学研究是相关分析暗藏诡雷的场地。社会学家利甫西（Mark Lipsey）研究了饮酒和暴躁的行为，他说：“人们认为酒是因。可是这研究的基础不足以支持这结论。也许是这些易于暴躁的人也易于酗酒。”

甚至于因果关系也可以反置。拿健康状态和运动为例，有些证明运动可以使人健康的研究，后来常遭到其他的研究人员质疑；他们认为：健康情形良好的人喜欢多做些运动，因为可以使自身感觉更舒适。

环境与遗传（后天与先天的）孰轻孰重的研究，被认为最具意义的，是对孪生子的研究。研究者声称，被不同养父母养育大的同卵孪生子有显著的相同之处，例如吸同样牌子的烟，政治观点相似。

可是遗传并不见得是主要理由，印第安纳大学的医学遗传学教授罗斯（Richard Rose）说：“你在比较的是同时代长大的个人，无论他们有关系与否。”罗斯曾参与研究过16 000对孪生子。“如果你问生在同一日的陌生人，他们的政治观点、喜爱的食物种类、崇拜的运动英雄、衣着时尚，你会发现有许多相同之处。和遗传无关。”

若要同时比较更多的因素，还会把这个问题变得更

复杂。

同时研究收入、年龄、种族、智商及性别时，统计学家把它们叫成“协变数”(covariants) 分析，这是很难克服的。听起来很令人钦佩的统计方法，如多元回归(multiple regression) 分析，说是能藉由控制某些变数而把混淆除去。可是研究者都同意，要以数学方法把不易捉摸的因素如种族、收入及性别等擦除掉，太难了。“有许多去除这些变数的方法，”威尔科克斯说：“可是同时也有 100 万个途径，使得这些方法误人歧途。”

拿团体来比较最棘手

拿团体来作比较，例如拿黑人与白人来比较，或者拿男孩与女孩来比较，会把事情弄得更不可收拾。同一团体中的差别，往往要比团体与团体间的差别来得大。当人们说，某些事应当留下来给男人做，因为平均来说，男人比女人力壮。可是这就忽略了这个事实：有数以百万计的女人比男人力气更大。

同样的话也可以用在黑人和白人的智商上。黑人之中的智力商数差异，远比黑人平均智商同白人平均智商的差异大得多。事实上，描述智商和种族的关系曲线，大部分是重叠的。这就是说，黑人智商比白人智商高的人数相当多①。

拿团体来比较是很棘手的，因为你不能拿一个团体中的每一人去同另一团体中的每一人作比较。因此，大

① 原注：请看第四章《量度男人、女人、及事物》。

多数的研究都拿平均数（mean）在作比较。而“平均数”是最能令人滑跤的数学观点。

假定我们看某一家有 15 名员额的公司，薪水总数为1 977 500元，而老板吹嘘说平均薪水为131 833元，好像每个人都拿了高薪。可是，如果这老板自己是拿了1 000 000元回家，另外付给她先生、也就是总经理500 000万元，付其他两位经理每人各200 000万元；换句话说，其他 11 位雇员总共只能拿77 500元，平均薪水就少很多了，约为7045元（有四位资深员工各拿10 000元，一位员工拿 7500 元，六位资浅员工各拿 5000 元）。可是从技术上来看，这数学一点都没有错。而错在哪里呢？就错在选择了平均数。

在这个例子，用了“算术平均数”（把全部的薪水总数除以工作人员总数），就隐藏了这粗鄙的不均衡。倒是“中位数”（median，居于众人薪水列表中间的值）10 000元，可以给出一个更实际的平均数。我们也可以用薪水表中最普遍的数目——5000 元，即“众数”（mode）来代表。

取一个几乎每人都听过的统计数字：平均的婚姻时间长度为七年。可是如果你引用的是中位数呢？中位数就是居中的数目。在1 000 000万个婚姻中，如果499 999在一年内离异，而其他499 999个在 13 年后才结束婚姻，剩下的两个婚姻在七年后结束，则七年就是中位数（恰巧也是平均数）。

被人称为钟形曲线的数字大兽，它的特性是把平均数、中位数及众数都放在一起，因此，如果你用钟形曲线去比较两个团体时，不应当有太大的不同。这条在数

世纪前发现的曲线，以图的方式显示出广大范围的正常数字群，它和任何正常变异的相应程度，好得令人惊奇，例如智商、身高、人们去世的年龄等等。就如大多数人在 70 岁左右去世，极少的人在 40 岁或 100 岁去世，同样的，生日蛋糕的大小大多是直径 12 英寸左右，而杯形蛋糕及婚礼蛋糕则在钟形曲线的两个极端。

极端的情况便落在钟形曲线两边的尾巴，大多数普普通通的都落在曲线中央隆起的部分。分数也是一样：大多数人的分数在中间，极少数在两端摇摇晃晃。

针对几个团体进行比较时，还有个陷阱，就是如何去下定义谁属于哪个团体？例如，谁是黑人，谁是白人？我们知道，大多数人都是混血的。对这件事，有一个十分可笑的糊涂研究，就从一本名为《钟形曲线》的书里跳出来。那本书声称，拉丁美洲裔的平均智商比欧洲裔的低，而欧洲裔的智商又比亚洲裔的低。可是在加州大学大卫斯分校的经济学家哈兹勒特（Thomas W. Hazlett）指出，拉丁美洲裔是从两个族群中冒出的：欧洲裔及美洲印第安人，而美洲印第安人则是从亚洲等地移民来此的。按照哈兹勒特的说法：“真糟糕！大错特错！”

哈兹勒特建议，也许去比较那些“有种族歧视的人的智商，和那些没有种族歧视的人的智商”会更具教育性。

把背景噪音去掉

最近，统计学家又发现另一个在审视这类研究时需要小心翼翼的理由。一个超分析（对其他分析结果的分

析）能产生一些显然与许多独立研究矛盾的结果。例如，数百个研究的结论是，少年犯罪防治措施的益处几乎可被忽略。可是社会学家利甫西做的超分析证明，有一个很小的、却是真实的正效应：少年犯罪率降低了10%。同时，他发现“吓阻他们走向歪路”的政策和那些控制组[①]相比，反而造成更高的犯罪率。

利甫西说超分析成功的原因是，它能把背景“噪音”除掉，这些背景噪音来自真实世界中，而不是来自实验室里所做的实验[②]。

假设研究者要搜集青少年对于犯罪的态度。与研究者面谈的这位青少年也许记忆不好，或者并不信任这位面谈者，或者这位面谈者当天情绪不好，那么面谈结果就会有差异了。即使客观的测定如逮捕记录，也有统计上的噪音，利甫西说，“可能不同的警官就有不同。它不是只与青少年做了什么事有关而已。”在某些社区，有些警官也许很单纯地就是想多逮些嫌犯。

抽样误差（sampling error）也很普遍，利甫西说：“由于随机的运气，你可能找到一批特别能回应的青少年或者拒不作答者。而所有这些奇行怪癖都来到这些研究中。”在这些嗡嗡声中，单独的研究可能找不出一个统计学上有意义的结果。可是，以超分析方法把数据凑合在一起，“这些噪音便开始互相抵消，”利甫西说：“突然，你开始看到本来都在这些分析中的东西，可是原先却被噪音淹没了。”

---

① 译注：控制组（control group），即实验对照组。在此，是不采吓阻方式，而用其他方式来防治犯罪，以对比出吓阻方式有效与否。

② 原注：请看第八章《稻草堆中的讯号》。

1994年，另一个数字故事揭露出超分析的戏剧性翻案，那是在研究学校经费和学生成绩之间的关系。以前的研究建议，把钱灌入教师的薪水及把课堂人数减少，造成的差别几乎可以忽略。可是当芝加哥大学的赫杰斯(Larry Hedges)再次审视好几十个这类的研究后，他发现金钱的确产生了些许不同。他说，超分析能从噪音中看到实情。“那些不愿出钱给学校的人，经常引用某些证明了经费不能造成任何不同的研究，”他说：“因此，那些结果是很有影响力的。”

总结来说，相关只能算成一个暗示，暗示某一关系可能存在。如果没有寻到一个合理的机制(即某事能使另一件事发生)，那结果等于没用。因此，1994年奇妙胸罩的销售量突增，大约不会是共和党在国会议员选举中大胜的因，虽然这些趋势在时间上有很密切的联系。可是另一方面，把青少年的痴肥和看电视时数的增加联系在一起的研究，至少算是得到了一种从因到果的关系，并不至于使它的可信度减损。

智商和种族间关系的研究，最后会沉没的原因，就是寻不到一个实在的机制可把这两者联系在一起。演化的过程太慢，种族之间的差别太过于模糊，也太小了，并不能产生显著的统计差异。

臆想实验

“臆想实验”经常用来阐明这一点。譬如说，你在地下室发现了一瓶种子，你决定要去种它们。这瓶种子参差不齐，有的好，有的坏，有的新鲜，有的长霉。你决

定把一半种子种在前院，一半种在后院。

而你对街的邻居有一只极凶恶的门犬，因此，你很少站在前院。后院则是一个可爱的隐僻所在，因此，你花在后院的时间极多，除野草、浇水、施肥，注意是否有充分的阳光；当植物长得太大时，还把它们剪短使之不至于歪倒。

没有人会感到奇怪，后院的植物兴荣旺盛，而前院的种子尚待发芽。当然，有些前院的植物（从特别强的种子长出的）也能长得不错，而某些后院的植物也会枯萎死亡，因为种子太老，或发霉。

可是你怎么知道那些前院的植物之所以虚弱，乃是因为被人忽略、乏人照顾，而那些后院植物兴荣旺盛的原因，是因为蒙受宠爱、或者是品种不错？

同样的话也可以用在儿童身上。“在这里，我们似乎真的找到一些可遗传的特性，”利甫西说：“可是我们到底在成功的儿童教育上，知道了些什么，知道什么才是真正最重要的？”他说，恐怕每一个所谓的“相关”，都需要带有一份不承认责任的声明书①。“这里有一个逻辑上的大谬误。你需要的只是一个机制。可是这些数字啊，还真是诱人。”

奇怪的是，按斯密斯（Paul Smith）的说法，人们基于很微弱的相关而贸然下结论的真正原因，可能与天性有关。“你和我的脑里并没有统计的机能在内，”斯密斯说。写出这些话的当时，他在儿童防护基金会中任职。

---

① 译注：为了要逃避法律中隐含的责任，许多美国商品（最显著的是电脑软体）都带有不负哪些责任的宣告书，声明不负任何软体错误的责任。

我们是从在树上搜集果实的灵长类演化出来的。我想，我们能做自己想做的事已是很令人惊叹的。

可是我们一定要自我管束，不要贸然下结论。

在香蕉叶下也许有香蕉，也可能有一条老虎尾巴。要想拿到香蕉或者逃出虎口，需要的是最快、最好的辨识及动作。因此，在丛林里，贸然下结论的行为是很好的策略。

可是，在现代社会的政策层次，贸然下结论就有待商榷了。

事实上，人类在某些数学推理上非常地差劲。当事物可依机率而定的时候，人们却用直觉，这是经常见到的事。例如，在一个房间中要有多少人，就很可能有两人的生日是同一天？答案：两打人（24 人）就应当足足有余。（答案似乎和直觉相反，那是因为我们自然而然这样想：要有多少人，才能和我们自己的生日相同？可是若任何生日都允许相同，机率就会直线上升①。）

抽样数目的多寡，也能蒙蔽人。例如，如果我告诉你，我住的那条街上的车有一半是 BMW，你一定会感到很钦佩——直到我告诉你，我那条街上只有两辆车。

数学家斯坦（Sherman K. Stein）在他的书《干嘛学数学?》（中译本由天下文化出版）写出以下这个实例。有个男性团体想指出女人对男人有多坏。这团体引用一

① 译注：这是一个有名的数学问题。如果第一人的生日是某日，下一人生日不在这一日的机率为（365 - 1）/365 = 364/365，而下一人的生日不在第一人或第二人的生日的机率是（365 - 2）/365，……，第 k 个人的机率为（365 - k）/365。生日都不同的机率是把这些个别的机率乘起来，因此在 k 个人中，生日都不同的机率为［364 × 363 × …… × （365 - k）］/365k。如果 k 为 24，这机率就远在 0.5 以下。

个支持他们的证据，指出：在等待处决的女死刑犯中，一半是因为谋杀了亲夫，而等候处决的男死刑犯中，只有1/3是因为犯了杀妻罪。这团体略去不说的是，等候被处决的女死刑犯人数只有7人，而等候处决的男死刑犯数目为2400人。



第十三章　举证的重担

可能为真的真理：百万分之一的机遇

严格说来，几乎我们所有的知识都是有问题的；在这个我们能确知的小范畴中，即使是数学本身寻觅真理的方法（归纳及类比），都是基于机率的，因此，整个人类知识的体系与这篇文章所发表的理论是联系在一起的。

——拉普拉斯，一篇关于机率的哲学论文，1814 年

数学定律是否适用于现实世界，并不确定。就其确定的部分而言，并不涉及现实世界。

——爱因斯坦

关于“可能为真的真理”（probable truth），这话似乎有些不太科学的地方。因为英文的“probable”听上去太

像"probably"（或许），这词很易滑到"perhaps"的意思；而"perhaps"这字又很可能被解释成"Who knows?"（天知道！）

但是"可能为真的真理"即具有高度可量化的特性，可以非常精确地计算出来。事实上，即使在所谓的硬科学中，可能为真的真理是唯一可能得到的真理。

今日的物理学家经常和这问题搏斗，尝试去解释某事物如何可以被接受为"真"且同时"可能为真"。"在我们的社会中，民众并不理解许多科学宣告其实只是对数据作些机率性的解释而已，"诺贝尔奖得主里希特[1]，斯坦福大学直线型加速器中心主任说道："有可能科学家是错的。"

哈佛大学历史学家荷顿（Gerald Holton）认为，最好的科学能做到的就是把真理安上一个机率的概念，这想法可以推溯到伽利略。"就历史观点而言，这就是绝对真理的观念消失了的地方。"

正是伽利略把这个更基于脑力、以理论为基础的真理放弃了，而决定了最终结的裁判应当是实验。每一次实验的结果和理论说的相符，这理论的可信度就增加；理论变成愈来愈是真的。可是它不能变成完全的"真理"，除非这位科学家做了无穷多的实验。

科学真理一直是暂时的

不断的实验，打开了让新启示来修正旧理论的大门。

---

① 译注：里希特（Burton Richter，1931－）1976年诺贝尔物理奖得主，与丁肇中同时获奖。

自然律能被证明不为真，可是极少有能被证实为真。科学真理一直都是暂时的。

“实验使假设变成愈来愈可能，但还是不能证实假设，”荷顿说：“这已是针对科学真理有用与否，在要求标准上的一步很重要的松绑……从那时起，真理就变成统计性质的了。”

波兹曼[1] 是第一批依赖这个求证方法的人之一。他把这方法应用于无序及不可逆。不可逆的意思是，事物愈搅乱，要它们不乱的可能性就愈少。也可以换一种方式来说：事物变得愈无序后，要把它们变成有序，所需的能量就要更多[2]。

波兹曼看出他不能以常识去“证明”他的假设是真的。可是在 1877 年他主张，它在极大多数的情形中都是真的，因此，它的真实性就有一个极高的机率。“这个值得注目的描述，”《机遇帝国》（*The Empire of Chance*）的作者这么写道：“第一次暗指出自然律所掌握的可能不是必然性，而只是可能性，因此，允许例外发生。”

事实上，机率已渗透到几乎任何企图把科学“事实”确定化的尝试。而“事实”本身就可能不很明确，它可能溜出精确量度的范围之外，或者这量度极可能就是摇摆不定的，或者被背景噪音及干扰所掩没。

取一个简单易懂的“事实”，例如我的身高。最近在诊所中，医生问我有多高，我回答，五英尺五英寸，然后再加上一句：“至少在早上是如此。”

---

① 译注：波兹曼（Ludwig Boltzmann，1844－1906），奥地利物理学家，创统计力学。

② 原注：请参见第六章《突现的性质：多带来不同》。

令人伤心的真相是，我至少缩了一英寸。而你，亲爱的读者，也是如此。没错，重力把我们拉下来——很公平，重力把每个人都拉下来。一整天让重力把我们朝地球中心拉去，我们就像手风琴一样的压缩了。（如果你不相信我，试一下，在你刚醒时量一下身高，然后在就寝前再量一次。）

这个自然的变化，使得去量度身高到一厘米的准确度成为毫无意义的事。把重力撇开，每一次你呼吸时，身体动了一下也会把重量分配稍稍移了一移。因此在这情况下，一厘米的区别根本无意义①。

“从某种意义说来，每一种量度都是粗略的，”以色列魏兹曼科学院院长、物理学家拉海雷（Haim Harari）说道：“把纽约到洛杉矶的距离量到一英寸的准确度是没有意义的，因为这距离与你是从你家厨房量过去的，还是从卧室量过去的有关。”

另一件会变化的事物就是量度的仪器，包括这位实验家的行为习性。当我量度我女儿的身高时，我把书紧紧压在她的头顶，在书下面以粗铅笔画一条粗线，然后量从这粗线的底部到地板的距离。（在我们家中，对身高极为看重。因为猫是唯一比我矮的，因此，我就想利用每一种我可以找到的优势。因而这类满怀希望的思索方式，多多少少就钻入我的量度过程中。）

可是，即使我绝对的客观，即使我女儿的身高真的可量到一厘米的准确度，量度的结果仍有许多可以上下摇晃的地方。如果房间变暖，尺会膨胀；变冷，尺会缩

① 原注：请参见第四章《量度男人、女人、及事物》。

短。稍放歪了一个角度，也会造成差别。没有一只手会是绝对稳的，它会晃动，因为它是活的，仅仅由于脉动的原因。

因此，我用什么来回答这个应当是涉及"事实"的问题：你女儿今年长高了多少？

如果我量出的是一英寸，是不是真的就长高了一英寸？这是否是事实？或者，我只量到了重力的效应，或房间的温度？或她的姿势？甚至于她的情绪（是否她今天觉得没精打采）？或许我把量度的皮带拉长了一点，也许开始量的地方变了？

我怎会知道？

机率渗透进来了

机率就是专门用来走出这无法控制变因的方法。首先，你计算出误差的机率，然后再去计算量度结果被自然变异（如重力或姿势）影响的机率。如果你把这两者减除了，而你仍然可重复得到相同的结果，那么你就知道这结果是真实的。

物理学中大多数的事物都是以某种方式报告出误差的机率。加州大学洛杉矶分校的科学史家波特（Ted Porter）这样说："你不会看到缈子（一种次原子粒子）向你跳出来。你看到的是一条径迹，然后你推论出它是缈子的可能性有多少。可是你还要加入这些因素：你的仪器是哪一款式的？哪些人在做这些工作？他们是否可靠？那些检测仪器当天的状况如何？"（这些问题可能可帮助我们了解，替辛普森辩护的律师为什么不断质问那些做

DNA比对的技术人员，关于他们比对工作的可靠度。)

可是这还不是机率在“真相”搜寻过程中，扮演不可捉摸的角色的极致表现。在你能解释的每一个可想到的自然变数，每一个可以想像的实验误差及偏见，每一件机械或量度仪器的特有偏差之外，你还要把命运的因素加进去。

你发现的“事实”仅仅是侥幸中的，这机会有多少？仅仅是巧合呢？或是随机的？

粒子物理学家莱德曼第一次“发现”所谓的“upsilon”粒子时，可不怎么光彩。这个粒子后来被称为“Oops Leon”，是“upsilon”的诙谐音——“糟了，里昂！”之意，里昂是莱德曼的名字①。“你尝试尽量去依赖数字，”莱德曼说：“拿我的一个不幸遭遇来说，”他回忆如何在实验数据中发现了一个曲线上的小“隆起”，似乎是一个指向“upsilon”粒子存在的讯号。人们知道，粒子物理学家是“曲线隆起的猎人”，因为他们把数据在纸上画成曲线，然后去找尖锋，有些不寻常的事件似乎总发生在那儿。

“首先你问，这些事件聚集起来堆在那里的机率有多少？”莱德曼继续说道：“这是相当简单的数学工作。结果是50:1。我们发现了这个曲线隆起处，有1/50的可能是机遇。可是结果真是机遇。真糟（oops)！”

DNA指纹

“因”和“巧合”的混淆，是机率一直不断在辛普森

① 原注：见第八章《稻草堆中的讯息》第108页注释①。

的审判中冒出的原因。如果 DNA 的测试证明辛普森的野马型车上的血液是妮可儿（辛普森遭谋杀的妻）的，这些测试结果是"巧合"的可能性有多高?①

每个人都有自己独有的 DNA"指纹"，图样犹如超级市场商品上的条码。因为每个人的 DNA 都是单一的，与其他人的不同，因此，每个人的 DNA 指纹都是单一标志。如果两个纹路一致，你就可以确定这两个 DNA 来自同一人；至少大多数时间是如此。不过你还要加人这个因素，就是这两个 DNA 指纹巧合的机率。这机率有多高，目前仍在争辩中。很显然，如果人们的 DNA 指纹和生日一样容易巧合，在法院中就没有太大意义，因为太可能出现巧合了。

这个巧合的问题也在天文学中出现过。当夫朗和斐②发现星光中含有一种可以当作恒星元素"标志"的条纹，就如 DNA 指纹能被读成人们遗传因子的标志一样③。可是在天文学家能接受这些暗线为事实而不是偏差的怪事之前，他们必须先计算这些星光中的暗线是否是单纯的随机线条。

夫朗和斐首先注意到，我们邻近的恒星太阳的光谱中有暗线。在太阳光谱展开的虹彩七色中，这些光谱间断被暗线所打断，就如钢琴上的黑键一样。同样的明线图样也在每一化学元素发出的光谱中出现。把钠或氖

---

① 译注：DNA 测试不是测试所有的 DNA，只测试几段，因为 DNA 中所有的组成分子的数目达数十亿之多，因此，只能测试有限的几段，这样一来，就有巧合的可能，因此要问，巧合的机率有多大。

② 译注：夫朗和斐（Josef von Fraunhofer，1787－1826），德国物理学家、光学家。以下的发现皆以他为名：夫朗和斐谱线、夫朗和斐全讯图、夫朗和斐绕射。

③ 原注：请参见第四章《量度男人、女人、及事物》。

（霓虹灯中用的气体）或铁或氦加热到发光时，独一无二的明线图样就出现了。这光谱就是原子的指纹，就如DNA指纹一样。

因此，夫朗和斐就猜疑了：从元素放出的明线图样似乎同太阳中的暗线图样完全一致。是否太阳吸收了对应了某元素的光？果真如此的话，那么这意思就是说，只要去看光谱中的暗线，就可以读出一枚恒星的组成。光谱中的暗线等于是恒星的DNA。

可是夫朗和斐先得摒除随机巧合的可能。他算出，例如，铁元素的任何一条明线恰巧落在太阳光谱中暗线位置的机率为0.5。可是所有60条由高热发光的铁元素发出的明线，会与太阳光谱中的暗线位置都一致的机率为0.5自乘60次（或0.5^{60}），这就是一个极小极小的数目了，小到可以把任何巧合的可能性摒除掉。

因此，今日的天文学家已经惯于应用夫朗和斐谱线去“看”遥远恒星的化学组成。

搜寻顶夸克

最近一个用统计方法搜寻真相的例子是在费米实验室做出的，那里的科学家“发现”一种叫做顶夸克的次原子粒子。夸克可在极高能量的次原子粒子撞击中产生，本身不能被看见，物理学家是从它们留在粒子探测器中的径迹，间接发现的①。

---

① 原注：其实夸克出现的时间并不长到可以留下径迹的地步；它们在次原子“一眨眼之间”凝成其他种类的粒子。这些次级粒子留下径迹，就成了夸克瞬间出现的证据。

可是去猎获一粒夸克，就有如在遗留许多蹄印的雪地上，去搜寻一枚你要找的动物的蹄印。有许多看上去很像的，其中似乎有一个很清晰的夸克径迹，却可能是另一种完全不同的粒子所留下的（这可以说是自然界丢出的熏鲱[①]）。

“所有我们能做的，就是去量度夸克产生某种特征的机率，及那些由不相干的粒子产生出同一类特征的机率。”发现顶夸克的研究团队之一的领导人加利泽斯（William Carrithers Jr.）说：“这整个发现的过程可以说就是统计过程。

觅猎顶夸克的另一团队的队员，马里兰大学物理学家哈得里（Nicholas Hadley），把这个过程以抛转硬币的例子作了更清楚的解释。假定有位物理学家想知道一枚硬币是一面有人头，另一面没有人头的，还是双面都有人头的。再假定这位科学家不能直接拿起这硬币两面翻看，而只能以抛转方式看它落地时是哪一面朝上。你怎样去分辨出这枚硬币是一面有人头、另一面没有人头的正常硬币，还是一枚两面都是人头的怪硬币？

一连得到三次人头，不足以使人信服这枚硬币有双面人头。因为在抛转正常硬币时，如果每回合一连抛转三次，抛了八回合后就会有一回合有这样的结果。“可是如果你抛了100万次而每次都得到人头，那你就知道这硬币两面都是人头了。”哈得里说：“如果你既小心又聪慧，你可以把实验安排到，可以用更少的‘抛转’来断言这一定是顶夸克。”

① 译注：熏鲱（red herring），以前曾用来训练猎犬，让它分辨出狐狸和其他猎物的嗅味。现在指的是特别用来混淆的事物，即声东击西之意。

第四部　真理的数学原理

有个颇聪慧的方法是，你了解到从机率的观点来看，把一枚硬币抛转100万次和请100万人每人抛转一次的效果完全相同。让我们假定一连得到10次人头的机率为1/‰，那么，如果1000人去抛掷，有一个人一连得到10次人头朝上，其实是正常的事。这些搜寻顶夸克的实验物理学家，便是把实验安排成类似这种做法。

标准自在人心

机率天生就有的不确定性，使得DNA指纹不一定能成为呈堂证据，特别是对那些不熟悉统计风险的陪审员来说。因为，从罪案现场拿到的血或精液中抽出的一小段DNA，拿去和疑犯的一小段DNA作比较时，另一人具有同一DNA指纹的机率通常比百万分之一还小。可是在一个拥有2.5亿人口的国家，却可能有250人具有同样的DNA指纹。

那么，要多大或多小的机率才能认定某事物是“真”的呢？

答案是，依情形而定。

在顶夸克的例子，物理学家最初宣称发现了顶夸克的证据时，他们可能搞错的机率为1/400（约相当于从一叠扑克牌最上面连续抽出两张A的机率）。可是等到后续实验产生出1/10 000的确定性之后，他们才正式公开宣布。这确定性就是说，有一万分之一的机率他们观测到的其实是其他粒子的径迹，而不是来自顶夸克。

对随机结果的包容程度，与能否认可这结果的“偏见”也有关系。如果这些物理学家看到了一只“能量充

沛的兔子"[①]从原子撞击器里跳出来，他们一定会要求比顶夸克史严峻的条件，即机率的要求绝不会只是1/10 000而已。找到顶夸克不仅是实验学家的期望，事实上，如果没有找到顶夸克，现行的"物质如何建构出来"的理论就完全会被摧毁。

而在进行DNA指纹比对时，对错误机会的容许度更低，因为它牵涉到人命。科学家一直在争执这种机率到底需要多精确。机率的部分威信来自抛掷硬币的次数；在这场合，就等于用了多少片段的DNA去和犯罪现场得到的DNA做比对。愈多片段可供比较，碰巧符合的可能性就愈小。还有，如果采样受到污染，那一切都免谈。

事实上，这个DNA比对是否有效力的争执，也连带把所有呈堂证供都拿去受审；至少在许多科学家眼中是如此。爱达荷大学的生物学家奥斯特（Steven Austad）把指纹、弹道及辛普森受审时引用的著名狗吠声证据，都看成可疑的证据。"任何心理学家都能告诉你，这一类的证据鉴定都有错误的可能，"他说："错误的鉴定经常发生。有一大堆心理学方面的文献可以证明这一点。"

人们对于DNA证据正确度的要求标准，远高于其他类型的证据。"人们感到不安，说，哇！这里有1/10 000的可能是错的，"奥斯特说："可是他们认为是铁证的东西还比这个要差得远呢。陪审员认为达到铁证如山标准的证据，包括目视证人，而目视证人其实最不可靠。人

---

① 译注：能量充沛的兔子（Energizer Rabbit）是电池广告中的一只用电池当能源的机械兔，别的玩具的电池都用尽后，这只机械兔还是不断地向前进，表示他们的电池很耐用。

的记忆力不可靠，是大家都知道的，而且随着时间的过去，记忆愈有受改变的倾向。”

DNA比对的相对可靠性，使它成为一种很有用的工具。曾有过基于指纹及目视证人等等证据而被诬判刑的人，后来以DNA比对证明了无辜，而获得释放，重获自由。例如，纽约某法律学院的“无辜计划”已经用DNA比对技术推翻了好几个判决。

虽然疑犯的DNA指纹与来自犯罪现场的血斑的DNA吻合，也许可能是巧合（虽然这可能性很小），可是若不吻合，那必定是无辜的铁证。“如果吻合，你就有一个机率，”参与无辜计划的人说：“可是不吻合，就绝对是不涉嫌。”

同样的推理方法也应用在物理中：你可以肯定说某粒子的径迹不是顶夸克的，可是只能说，某一粒子的径迹只是非常、非常、非常可能是顶夸克的。

总结来说，我们对某一可能为真的真相或真理的信心，完全依赖背景而定。“要记得那个老游戏，叫‘真相或其后果’[1]，”诺贝尔奖得主里希特说：“如果这个错误的后果是要把某人判长期监禁或处决，公众就会要求非常高的真相标准，而这是应当的。另一方面，如果费米实验室的人宣布说发现了顶夸克，可是如果错的话，没有人会进监牢。那么，诺贝尔奖委员会就应该等待够长的时间，让真相水落石出。”

---

① 译注：真相或其后果（Truth or Consequences），美国在20世纪50年代的电台秀，后来搬到电视上去。以一问一答方式回答主持人问的问题。

逻辑的真理：理所当然

你可以如此为数学下定义：这是一门我们不知我们在谈论什么的学科，或者不知道我们所说的是否真确。

——罗素①

数学最奇妙的，是它毫不关心主题。两只苹果加两只苹果就是四只苹果，就如两颗行星加两颗行星变成四颗行星，或者两个构想加两个构想变成四个构想一样。完全不掺入个人因素，其客观程度居然到了这地步：大多数时间中，它甚至不用到可以辨识的标记。2X + 2X = 4X 就够了。

数学有其天赋的逻辑，自有内在的真理。数学之美在于它有这个能力，能把真理蒸馏浓缩，不必牵涉到纠缠得不可收拾的真实世界。数学很清朗、整洁、超凡。数学居住在理想的世界，建造在几何学家十分完美的圆及多边形上、数论学家的完美集合里。数学不管这些物体是否在真实世界中存在。数学是信念的文献。

难怪数学点燃了所有数学从业人员几近于宗教般的热诚。和宗教一样，数学有一套很明晰的规则来区别对

① 译注：罗素（Bertrand Russel，1872－1970），英国贵族，名数学逻辑学家，主张和平、平等、博爱，于1950年获诺贝尔文学奖。他提出一个很有名的逻辑诡论："级别的总级不是一个级。"（The class of classes is not a class.）

第四部 真理的数学原理

或错。你跟随一长链的逻辑论证，一步一步走向真理；如果你守在这路径上走，你可以从这里走到那里都不错一步。

在真实世界中要得到真相，需要与机率、自然变异、量度时遭遇到的困难打交道。可是数学不受这些乱糟糟的缠结及模棱两可的暧昧所影响，因为数学只建立在逻辑上。整个体系是建造在十全十美的逻辑命题的方垒上。数学的手一尘不染。而且就像华盛顿一样①，数字从不说谎话！（也许我们愿意作如是的想法。）

可是，即使是从最简单的逻辑陈述开始，我们有时仍然引导出错误的结论。例如，某个逻辑上的误会一次又一次的在辛普森审判中出现：许多人把“若 DNA 比对符合，他就有罪”与“若 DNA 比对不吻合，他就无罪”这两种陈述，看成完全一样。可是，虽然这两者似乎说的是同一件事，但第一个结论是错误的，而第二个结论则是对的。证明某个 DNA 采样不可能来自某个疑犯，是一件直来直往、不拐弯抹角的事；如果不吻合，他就得到了自由。可是如果疑犯的 DNA 和犯罪现场的血斑的 DNA 相吻合了，并不绝对证明疑犯有罪；它只指出非常、非常、非常、非常可能会有罪。

或者，举个更简单的例子，如果强尼不爱吃蔬菜，而豌豆是蔬菜，那就很容易可推论，强尼不爱吃豌豆。可是反之不一定成立：如果强尼不爱吃豌豆，你不能下断语说他不爱吃蔬菜。

① 译注：传说美国国父华盛顿在小时候把父亲心爱的樱桃树砍了，他父亲问是谁做的，华盛顿冒了被罚的危险，承认了。问他为什么直言，他说他不说谎话。后人就拿这个故事作为不说谎话的比喻。

我这一句话是错的！

20世纪30年代以前，大多数人都假定，任何数学陈述都能以逻辑来证明是对的或错的。可是那时一位姓哥德尔[1]的数学家证明了：有超越逻辑的真理，也有只依靠逻辑无法证明的真理。这是个极重大的打击。"形式演绎至高无上的成功，乃在证明自己在某种形式演绎的推断上是无能为力的。"纽曼在他编辑的《数学世界》中这么写道。

实际上，哥德尔恶名昭彰的理论说的是，某些数学陈述在它们所在的逻辑小天地中，无法被证明是对的（或错的）。在某些点，如果要证明某一个陈述是对的，就需要跳出这个局部的小天地。从某方面看来，这就像是：当你受困于两个岛屿之中的一个岛时，你想去证明这两个岛屿在海底下是连在一起的。要证明这一点，就需要跳出地面，从空中鸟瞰。哥德尔证明了，在数学宇宙中，有时需要跳出这个体系。

取这个陈述为例："我这一句话是错的。"如果它是对的话，那么它本身所陈述的就是错的。可是如果它是错的，它是否就对了呢？一个人就这么地绕了圈子转，什么地方都到不了。没有一个自我相符或逻辑的渠道可以证明这陈述是正确的或错误的，主要的原因就是因为这个陈述讲的是它自己。它陷入自己的逻辑体系中，逃不出来，因此不能证明它说的是对的还是错的。

---

[1] 译注：哥德尔（Kurt Gödel，1906－1978），奥地利籍数学家，后来迁居美国，事迹见正文。

或者以这句话为例："我说了谎。"真的还是假的？如果你说它是真的，那我真的是说谎，那么我就说了关于谎话的真话，因此我没有说谎。从另一方面来说，如果你说它是假的，我没有说谎，那么我一定在说谎，因为这陈述是真的。

人们认为数学的真理是不可反驳的，因为它基于逻辑。可是像这类的诡论或矛盾，显示出逻辑能产生自我矛盾的结论。如果逻辑不能同时指向两个方向，或者不能指向任何地方，或者指向谬论，那么它就不能做为导向真理的指南。

逻辑可以同时指向两个不同方向的事实，违反了最受人宠爱的逻辑一戒——亚里斯多德的"排中律"①。按照亚里斯多德的说法，没有中间路线，也没有可以让逻辑走向矛盾的径道。豌豆是蔬菜，或不是蔬菜②；一个陈述是对的，或是错的；东西是黑的，或白的；当哈姆雷特在烦闷中时说"死后存在，还是不存在！"③ 或者派特力克·亨利说的"不自由，毋宁死！"④，其间没有可以虚

---

① 译注：排中律（law of excluded middle，law of excluded third），即一个数学陈述若不是对的就是错的，没有当中的选择（excluded middle），也没有第三个选择（excluded third）。

② 译注：现在已知自然界的生物中，不仅有植物、动物，还有不属于这两界的生物。可是这里说的是：豌豆"是蔬菜"或"不是蔬菜"。如果豌豆属于动植物以外的生物，这个问题一样有效，即"是"或"不是"，并没有中间路线——又是"是"又是"不是"。在不属于数学的世界中，可以"是"又"不是"，例如某甲的东西被偷，某甲知道是某乙偷的，因此，去某乙处把它偷回来。问题是，某甲是不是贼？严格说来是的，可是偷的是自己的东西，因此，也可以不算是贼。所以，我们口语的回答可能是："说是也对，说不是也对。"在数学的形式逻辑中，这种既"是"也既"非"的论调是不允许的。

③ 译注：这句话是莎士比亚《哈姆雷特》剧中第三幕，哈姆雷特王子的自白。原文是"To be or not to be，that is the question."。"To be or not to be"也可以译成"活，还是死。"对这句话的解释，西方的莎士比亚专家意见并不一致。这里用的是梁实秋的译文。

④ 译注：派特力克·亨利（Patrick Henry，1736－1799），美国开国元勋，原文是"Give me liberty or death!"

构或模棱两可的地方。不是这个，就是那个。（好笑的是，在今日，亚里斯多德的逻辑似乎不够用了：如果生命、死亡、自由的意义都能清楚定义，就不会出现关于堕胎及协助自杀的争辩了①。有时似乎唯一可行的就是中间路线。）

在今日，对于这个失去的亚里斯多德式清晰性的渴望，不断地啮咬我们；要是能住在一个有绝对性及明显边界的世界中，生活该有多简单呀！

对于排中律的怀念及憧憬，把我们带到种种发狂的结论上。"人类喜爱把这个世界及其居民分成互相反对的阵营，"塔维斯（Carol Tavris）在她的书《女人的错误量度》中这么写道："其中最先区分出来的就是男人和女人。"可是从你一开始把男人下定义为"非女人"（或女人为"非男人"）的那一分钟开始，我们就有了一个男人不吃酥壳馅饼的世界②。

模糊逻辑

塔维斯提供一个所有逻辑入门教科书都会教到的古老课程。它的论证如下：所有的（男）人都会死，苏格

---

① 译注：协助自杀（assisted suicide）。有许多病入膏肓的病人（大都是癌症末期的病人），痛苦万分，求生不得，求死不能，想早些解脱痛苦，因此求助他人（通常是医生），设法自杀，称为协助自杀。

② 译注：作者指的是一本畅销书《为什么男人不吃酥壳馅饼?》（*Why Don't Men Eat Quiche?*）。酥壳馅饼是放了肉及其他馅的饼，饼皮酥脆，可以当午晚便餐吃，可是食量大的人可能觉得不够，这就是标题的来源。书中列出许多有个性（好也罢，坏也罢）的人，也包括不少女性，以三言两语的诙谐警句点出他们的个性，最后往往加上"这就是真男人"（类似的话也应用在女人身上。）因为这类强调大丈夫的语调，这本书被批评为大男人主义，可是作者包括了不少女人，因此，也中和了一些大男人沙文主义的气氛

拉底是人，因此，苏格拉底也会死。

现在试一下这么讲：所有的（男）人都会死的。爱丽丝是……？①

亚里斯多德尝试教导我们，你不能同时符合逻辑又自我矛盾。“在同一时候，同一件东西在同一定义下，不能又属于这个主题而又不属于这个主题，”他写道：“这是所有原则中最肯定的一条。”可是我们却经常这样。

这个排中律甚至于写入电脑程式里去了。电脑程式不能很自然地处理灰色的深浅度②，东西要不是黑的就是白的，不是“是”就是“否”，不是开就是关。它是一个二进位的 0 与 1 的世界。

多年前，一位加州大学柏克莱分校的教授决心定出一个更好的方法。他推论说，毕竟很少真实生活中的事物，能够轻易切割成清清楚楚的类型，或者被干干净净的清晰线条所区分：什么是诗？基兹③是谁？电脑写出的小调呢？什么是一张椅子？是不是砍完树的残株？玩具娃娃房屋中的椅呢？哪里是椅子的边缘？围绕椅子的空气从哪里算起？热、温、冷、微凉又是什么？什么是死的或活的？谁算是残障？谁算是癫狂？什么是行星、

---

① 译注：上一句话的原文是“All men are mortal.”，men 可以解释成男人，也可解释为全人类。这里指出英美语言中内含的大男人主义，即男人是 men，而全人类也是 men。如果用了 men 的狭义定义，那么这句话可以解说为：“所有的男人都会死的，而爱丽丝（女性名）……？”是否女人也一样？请注意，西方的语言很早就把物件分成雌雄，因此，很易内含大男人主义。中国文字中不把物体（如日，月，石头，树）冠以性别，对有性别的则加上雌、母、阴、女或雄、公、阳、男等形容词以分别之。如果用中文来说，就不会有大男人沙文主义的嫌疑。

② 译注：电脑扫描机及图像处理器中能识别不同的灰阶及颜色，用的原理是把深浅颜色分成许多不同的等级。区别的原理和区别黑白一样，每一颜色及其深浅度总是可以归属两个等级之间，在两者之中取一个等级，与不是黑就是白的原理一样。如果等级之间的差别小于人眼的识别力，我们看到的就像连续的灰阶或颜色一样。

③ 译注：基兹（John Keats，1795－1821），英国著名罗曼派诗人。

恒星?①

因此，这位教授——柴地（Lotfi Zadeh）倡议创建了一门现在叫成“模糊逻辑”的学科②。模糊逻辑允许可能性的事物：它分配一个值，以取代只从黑及白作一选择，它给你一个由小变大的滑动标度，例如从1到10。你甚至于可以把更进一步的模糊加在这种模糊上：如果你不能决定它是8还是9，你可以说它是8.2。

模糊逻辑远超过双值逻辑的“是/非”条件。如果用了像亚里斯多德的双值逻辑，明天要么下雨，要么不下雨；一个人要么有工作做，要么没有。用了模糊逻辑，明天能下毛毛雨，一个人能做部分工时。

按照马克尼尔（Daniel McNeill）及佛莱贝格（Paul Freiberger）所写的书《模糊逻辑》的说法，这学科在日本很快就占住了地盘，已经应用到各种工业技术领域，包括家用电器及超快列车，成功度极高。但是在美国的应用就不太成功，因为美国人把模糊逻辑和混乱不清的思考联想在一起。不过某些方面也已有所成就，例如航太总署已采用模糊逻辑做为太空梭与太空站接泊的策略之一，以及用来导航月球漫游车或火星漫游车。

对于反馈回路器材，例如自动调温装置来说，模糊逻辑是一个很好的花招。在调温装置中，“冷”和“热”在字面之外就没有什么意义，可是“更冷一些”或者“比我想要的还热些”比较能符合人的需要，模糊逻辑更

---

① 原注：请参见第四章《量度男人、女人、及事物》。

② 译注：模糊逻辑（fuzzy logic）可用来代表知识与人类的推理，所提供的方法适用于电脑推理、专家系统及人工智能，也可用在人机界面上。现已用在许多商用电子产品中，如电视摄影机、洗衣机。（原注：和复杂理论一样，在这个性感的名字出现以前，这模糊理论背后的构想已经应用多年了。）

容易为人接受①。

告别传统逻辑

哥德尔把遭到摒除的中间性拯救回来，以及他那能引起偏头痛的演绎法，给我们的确定感带来很大的打击——特别是对于在数学中找到的真理。"即使是数学能给我们全然的保证，但在哥德尔之后，我们对于数学也起了疑心。"物理学家莫里森这么写道。

远在数学以外的地方，也感受到这个震撼。1988 年，连《洛杉矶时报》都被哥德尔理论的一个延伸震惊得在社论中作评论。编辑下结论说，这个新结果"使世界撼动了一点点。"

在科学界中，向常识挑战可不是新奇的事。我们终于接受了这些荒谬事，还把它们看成理所当然，例如地球是圆的，世界上有一半的人倒悬着。我们接受了这个事实：完全相同的碳原子，造成了钻石、煤、铅笔及大部分的我们。

如纽曼所指出的，我们甚至对物质与能量再也没有什么区别。或者，虽然不及以前我们还相信人是神的后裔，可是现在去动物园玩的时候，也带了同样友善的兴致去拜访我们的远亲。

但是不管如何，我们还是不能接受数学中的荒谬性。我们假定数学不会把我们带向荒谬的领域，而是带向必然性的国度。这个长长的推理之链，应当把我们从这里

① 原注：唉，可惜模糊逻辑并不能应付逻辑上的矛盾问题或诡论。

带到那里去，一步都不会错，也不会拐错弯。你若存有其他想法，等于口出亵渎之言。

在数学家克莱因（Morris Kline）的书《数学：必然性的失落》中，他悲叹道："真理会在所有学科中发现"这信念，已经被"数学之中没有真理"这个认识彻底击碎了。

逻辑是唯一指向"那条路"或者"注意这里"的路标。它可能是愚弄人的，可是以前唯一能知道真相的方法，就是跟随它去找出真相。

克莱因说，把哥德尔的理论浓缩后，得到的是"一致的代价就是不完整性。"数学的真理不比其他科学更为完整，更无所不包。数学的真理也不具更"不证自明性"。我们这些喝欧几里得几何奶水长大的人，一点也不假思索，就把这些公理生吞活咽下去，丝毫不想一下这些原理的显而易见性，例如两平行线从不相交；可是只要看一下经度线（在赤道处平行），就可以看出它们做了什么好事。"显而易见"变成清清楚楚是错的。

"显而易见一直是正确性的敌人，"罗素这么写道。逻辑是一件有用的工具，可是它也同其他工具一样，有它的限制。

说真话，有些数学家说，逻辑的限制可能就是我们还没有一部完全具有智慧的电脑的原因，如在克拉克的"2001"电影中的电脑哈儿①。传统上，对人工智能的探

① 译注：克拉克（Arthur C. Clarke，1917－），英籍科幻小说作家，极有幻想力，在1945年倡议在地球同步轨道上放置人造通讯卫星。"2001"是1968年的科幻电影，是克拉克和制片家库伯力克（Stanley Kubrick）共同制作的，描述去木星探测外星文化的故事，哈儿（HAL）是影片中装在太空船上，具有人类智慧的电脑。

讨都假设思想可以编入电脑程式中，部分原因是认为思想过程是逻辑的。可是逐渐出现的证据建议，通往智能之路的不是理性的推论；或者可以说，至少不是逻辑规则。

笛卡儿，拜拜！

逻辑学家德福林（Keith Devlin）在他的书《笛卡儿，拜拜！》[①] 论证说，逻辑之路指向的是死巷。“笛卡儿认为，理性的进路给我们一个‘正确’的路径去看人类的心智活动，”他写道，可是逻辑的进路需要“字有固定、绝对而单一的意义。可是根本没有。”

想一下，大脑怎样把下面这句子的名词和动词分开：“Times flies like an arrow.”（时间似箭一样飞逝）。现在再思索一下这句子：“Fruit flies like a banana.”（果蝇喜欢香蕉）[②]。没有哪一个基于规则的人工智能体系能做这么一个跳跃。德福林现在正在研究一种新逻辑，他称为“对话的代数”（algebra of conversation），这可能比较能掌握到脑中真正的过程，及人类心智间的沟通。

这个新逻辑会是“软数学”，与以往的精确及不可更动的形式不同。传统逻辑在任何场合似乎都能应用，因而带给它威力。可是软数学不时需要考虑到场合。而就

① 译注：笛卡儿（Rene Descartes，1596－1650），法国数学家及哲学家，创后来以他命名的座标及解析几何，著有六大卷无所不包的哲学体系全书。“我思，故我在”（I think，therefore I am.）是他的名言。逻辑学家德福林所著的书《笛卡儿，拜拜！》，中文版已由天下文化出版。

② 译注：上一句的“flies”是动词（飞的单数形式），可是在第二句中却变成名词（苍蝇）。上句中“like”是形容词（像），可是在第二句中变成动词（喜欢）。

是因为头脑有考虑场合的能力，使得它不至于因为 flies（飞或苍蝇）及 like（像或喜欢）这两个词在两句话里换了意思而被绊跤。

同样的，“我这一句话是错的”有矛盾的原因，是因为我们把它读成两种不同的意思：这句话指的是其他句子，以及这句话指的是自己这一句话。德福林说，一旦你把上下文包括进去，这陈述并不比以下的争执更矛盾：美国人认为六月是夏天，澳洲人认为六月是冬天。

软数学需要引用隐喻及形式数学的推理。德福林说，它可能根本不是数学。可是我们一定要再踏出下一步。要真正了解理性思考的真义，数学需要与心理学及社会学合作，甚至于与生物学及诗词歌赋一起合作。

我讲了这么多的意思只是，数学和我们所有的人一样，既是完美的、又是会犯错的。曾经有过一阵子，人们认为逻辑演绎法则以及它们所描述及解释的自然律，都是铭刻在石碑上的经典。现在，甚至数学家都知道有许多不同的逻辑体系了，知道逻辑法则有其限制，逻辑与自然律就像人间的法律一样可因社会变迁而改变。

人们常常认为法律的观念应当是不变的，因为，毕竟最高的法则——自然律，是不变的。可是，自然律很少是教条性的，它们只在边界很明显的领域中有效。牛顿的力学及重力理论能把你带到月球上，可是在极端的场合就不灵了，例如，当你以接近光速的速度旅行，或者当重力非常强时。爱因斯坦的相对论在这些场合更为适用，得到的结果是牛顿力学绝对无法预测到的，如黑洞的存在。

当这些法则在不曾期望到的新场合绑鸭子上架时，

没有任何理由说这些法则一定不变。因此不必感到奇怪，简单的逻辑法则不能应用在人脑复杂的景象中。在弯曲的空间中，平行线会相交；在地球上亦然。

有共识的真相：由同僚组成陪审团

因为科学和法律似乎都不能有万无一失的方法，去得到真相或真理，因此，在等待铁据或进行更灵敏、更具幻想力的实验期间，人们一定要找出方法，以便得到一致的意见。在科学界中，这事较容易，因为迟早大自然会伸出手来把事情弄清楚。可是法律不能等待"完整资讯"这种奢侈品的来临，它必须很快作决定。

美国联邦最高法院最近把这情况作以下的说明："科学的真理不断在修改之中。另一方面，法律一定要把争执很快地拍板定案。"

可是，科学和法律中依据不同准绳的证明方法，偶尔也会起冲突。呈堂的科学证据肯定是其中之一。"科学专家出现在法庭中，已经愈来愈普遍了，"华盛顿特区乔治城大学法律系教授罗斯士坦（Paul F. Rothstein）说："不需要科学专家介入的案子是很稀罕的。"

搞错后果可是人命关天的事，因此，在法庭中引用的科学准绳，要比科学界的要求来得高。"法律要求确证的标准，在科学领域是不可能的，"加州大学洛杉矶分校的科学史教授波特说："庭上期望这些科学家能像推理机器一样。可是如果科学家做事如推理机器，他们哪里都到不了。"

在预估风险、利益，或者归罪于新科技的后果时，

科学和法律更是经常不同调。就如路易斯在他的书《科技的风险》中指出的，法律体系的运作方式，好像认为总是可以把灾害或不幸事件的因，归咎于科技。

当美国国家交通安全委员会调查一件飞机或火车意外事件时，调查报告不是以指定一个“因”为终结，而是只提出“可能的因”，而且这个因与果之间的关系也不是很确定的[①]。如路易斯所指出的，“在风险分析中，因果关系的引用牵涉到双向的不确定性。”换句话说，某个因可能无法很容易地定出单一的果（例如药物能引起许多症状，也能减少某些症状）；一个果可能有许多不同的因，例如，一个乳癌致癌基因也许并没有致癌的危险，除非有其他基因一起作用，或者环境因素使它发挥作用。

“不需要避讳谈及不确定性，”路易斯写道：“每一次的科学量度以及每一个科学估计，都牵涉到某种程度的不确定性，有时小，有时大，可是总在那里。”

如果能把这些不确定性的顾虑，放一部分到法律中，不是很好吗？在某种意义上，的确是放入了，例如，按照物理学家巴洛（John Barrow）在他的书《空中的π》里的说法，英国法律自有其模糊逻辑的版本。不像辛普森的情形，他只能被判为有罪或无罪，在苏格兰的法院中，刑事犯可能被判为“未能证明”的罪，这样就打开了可以传他来进行第二次审判的可能。这就比较接近科学界寻觅真理的方法。

① 原注：请看第十二章《事情因何发生?》

共识不代表真理

因为通常都无法做到把真相推断到毫无疑问的程度，科学体系及法律体系信赖一种所谓“同僚审查”(peer review)的过程，或由陪审团来审判。意思就是，由一群类似你的人坐下来审核，把这件有问题的事作出有共识的判决。

律师把他们的案子交给陪审团；科学家把他们的构想以论文方式送到科学期刊，期刊的编辑再把论文送交与论文作者同领域的科学家去评审。虽然从长期的眼光来看，同僚审查通常都能做得不错，可是在法院这种有时间限制的体制中，经常会出点问题。而在某些科学公案中，也有错得离谱的判例，以致恶名昭彰，特别是在评审最先进的科学时。哈佛大学科学史学家荷顿最喜欢举出，爱因斯坦的相对论论文几乎不能发表出来，因为全德国只有一个人相信他的理论。“一大堆正确的、甚至于伟大的科学发现，通不过同僚审查。”

可是直到现在，科学观点须经过同僚审查，仍然屹立为法院中专家证词的标准。也就是说，法庭可接受的科学证据或方法，一定要先在科学界通过同僚审查才行。

即使不牵涉同僚审查的场合，科学界仍然非常依赖一致的意见。科学家和律师一样，需要去劝服同行自己的结果是可信的。有时，共识只是暂时的。共识并不是真理，那只是大家都同意而已。例如 17 世纪的女巫审判①。

---

① 译注：1962 年 5 月到 10 月在美国麻省树冷镇(Salem)举行的女巫审判，共有 19 人被判应用巫术而处以绞刑，许多人被监禁。现在用来指无中生有的控诉。以前的人认为地球为宇宙的中心，星球在日、月、行星之外。他们认为在行星和星球之间有一种透明无实质的东西，叫做“以太”(ether)，可是以太已经证明并不存在。

我又一次要引用顶夸克的例子。在1985年之际，欧洲的一个实验室宣布发现了顶夸克。这消息变成世界各报纸的头条新闻。一位读了这新闻的美国物理学家回忆说，当时觉得好笑。他知道，这个发现顶夸克的侦测器在多月前已经停用，正在整修中，而自那时起，那里的科学家因为不能动手继续做实验，只能不停地动口争辩如何去解释这结果。他说，这个宣布"只是说这些物理学家最后都同意了他们看见的是什么。"

他们的共识维持不了多久，因为很快地，这个"发现"就被收回。

几乎10年后，顶夸克又在芝加哥附近的费米国家加速器实验室中发现了。这一次，这发现的地基稳固些。即使如此，发现顶夸克的消息仍未在记者招待会中正式宣布，一直要等到约900余位物理学家洽商数月后，把论文的最后用字及语调搞得都有共识了，才正式宣布。

当最高法院裁定"同僚审查无法检定科学是否正确"时，法庭取而代之的是一个听起来很不科学的观念：判断。就是说，他们把这个核定科学真相的责任丢回给各级法院的审判法官。法官现在已担起了这个责任，去核定科学家的资格及科学家用的方法。

决定哪种科学可以信任，以及要把那些认为是品质低劣的摒除，在科学界通常也都基于判断。担任同僚审查的科学家可能很注重论文作者的声誉及实验可靠度，就如他们注重这实验的结果一样。当航太总署的研究者发现一颗来自火星的陨石上有古老生物化石的证据，这事泄漏出去后，引起许多科学家重视这消息的唯一原因是，极受尊重的斯丹福大学化学家蔡尔（Richard Zare）

是这航太总署研究团队的一员。

波特说，在科学界，很有必要去信任其他研究者的专业判断，而且这是相当普遍的。“这就是人们所谓的专家见解。”花了一生去研究恒星或基因的人，去对他们领域中的事作判断，无瑕疵的程度要比不在这领域中的人好太多。

在本世纪最戏剧化的数学新闻事件之一里，“判断”也扮演了中心角色。1993 年夏天，当新闻报导说普林斯顿的数学家怀尔斯（Andrew Wiles，1952 - ）终于解决了 300 年以来被人们称为费马大定理① 的难题之后，大众媒体及专业文献都跳入几近疯狂的热潮中。因为怀尔斯的证明是高度技术性的，而且有 200 页长，极少数学家有资格去担任这篇论文的同僚审查者。事实上，起初怀尔斯只把论文拿给屈指可数的几个人去阅读。

加州圣玛莉学院理学院长德福林说：“在过去，理论上来说，你总可以拔步向前自己去审核这证明。可是现在的复杂性及资讯量大到这程度，我们非要依赖他人不可。”

怀尔斯的证明终于获得数学领域中最终结的“真理”之印，可是前后几乎花了两年时间，而且最后被接受的证明版本，和怀尔斯最初宣布的版本有不少差别之处。当初的版本有不少毛病，后来都一一改正了。大多数的

① 原注：如许多人在高中时学到的，去算出一个直角三角形的长边的长，你可以把短边的平方加起来，然后再开平方根来得到这边长的值。这是因为你能解这个方程 $X^2+Y^2=Z^2$。有时你能找出一个 X、Y、Z 都是整数的例子，例如 $3^2+4^2=5^2$。费马在书的边上写着，他总算能证明，如果次方超过平方，这方程就没有整数解，例如，$X^3+Y^3=Z^3$ 就没有整数解。可是，他写道，这书边缘的留白太窄了，写不下他的证明。这问题看来很简单，可是要过了 300 年才有一个证明出来。多数的数学家怀疑费马不可能写得出无瑕疵的解答。

数学家都相信，怀尔斯真的解决了这个古老的问题，即使没有几个人读过或者了解这个证明。

某种程度上，对顶夸克结果的信心也是依赖信任的。部分原因是因为物理学家信任这个实验的逻辑及实验者的声誉。愈是复杂及愈是专门的工作结果，非专家愈依赖实际参与工作者的专业知识。“理想的情况应该是，物理学家以实验建立出真理，”德福林说：“可是在真实世界中，我们听其他人摆布。”

不知为不知，是知也

无所不在的电脑已经入侵了有几世纪历史的数学研究方法，把争论点搞得更加复杂。“不仅仅是说，电脑帮助数学家去做他们以前经常做的事，”德福林说：“而是，电脑做事的方法不同。我们如何去求证的本质，已经被电脑科技根本更改了。”因而，现代数学证明的观念已经大幅改变成：一个证明非但要产生出“正确性”，还要有“理解性”，换句话说，是否它“知道”某事是对的？

第一个广为人接受的，由电脑解决的悬案就是“四色理论”的问题——是否能只以逻辑去证明，任何地图都可以用四种不同的颜色把不同区域区别出来，使得没有两个邻近的区域会有同样的颜色。

电脑证明了这个理论。基本上，电脑是去审视极大数目可能为“国家”疆域的形状。许多数学家不肯接受这个证明为适当的证明，因为它只是计算而已。电脑证明了这理论是正确的，可是没有说出“为什么”这理论是正确的。

或者就如维里尔（Michael de Villiers）在科学期刊《毕达哥拉斯》中指出的，证明不是确证某事为真，而是把“隐藏在一堆陈述底下的逻辑关系”曝光出来。换句话说，证明不是“能确定某事物”的问题，而是“解释为什么”的问题。

到了最后，法律专家和科学家似乎都搞不清楚，审判官决定什么是好的科学、什么不是的能力到底在哪里？“法律体系似乎不是建立来处理科学思考的，”爱达荷大学的生物学家奥斯特德说：“我们真正想要知道的是，各种证据显露出真相的相对机率。”

可是，即使法律运用了完整的科学推理，它仍然可能无法找到最终极的“真相”，因为即使是科学家也不能声称每一问题只有一个正确答案。“这些法律摘要似乎假定如果法官在……衡量专家的证词时，采行科学原则的话，正确的结果就会很明显地冒出来，”律师博丁（Joan Bertin）说：“但是，即使应用的是同一个已广为人接受的科学原理，还是经常把科学家带往不同方向的途径去。”

该怎么办？

“只能尽力而为，”芝加哥大学的科学史学家达斯顿这么说。或者如纽曼所说的，“我们现在的知识中，最能让我们感到有安全感的，就是知道我们不知道的是什么。”



第十四章　诺塞与爱因斯坦：真理的不变性

真与美

纯数学本身就是逻辑概念的诗。

——爱因斯坦，在诺塞去世时，提到关于她的数学研究时说的话。

1935年5月1日《纽约时报》

爱因斯坦很明白，他的相对论[①] 具有远在物理领域以外的哲学威力。有一次，他甚至于感动地说，似乎传教士、牧师对相对论隐含意义的兴趣，要比物理学家的兴趣还高。

可是，若说有什么科学观念从方程式翻译成通俗常

① 原注：狭义相对论处理光、物质及能量的性质，及解释一些很怪异的效应，如时间膨胀（timedilation）。广义相对论处理的是时间—空间的四维性质，这个特性产生出重力及其他怪异的效应，如黑洞。

识时，居然会被搞得一团糟，那就是这个了。不知怎的，当相对论巧妙地溜入传统观念时，它的意义完全变了，完全与它的真谛背道而行。爱因斯坦的相对论焦点集中在那些不变的事物的不变性，无论如何都是不变的，可是大众化的翻译把它译成类似以下的说明：“真理不存在；真理的内容依你怎么去看而定”，或者只是“所有的事物都是相对的”。

相对论是爱因斯坦搜寻深刻不变的真理的果实，这些真理把许多似乎无共同点的观念联接在一起。深刻的真理不会依赖善变的外貌。真理的那些把大自然的多彩多姿以多面之屋的样貌竖起，而隐藏着的“看不见的构架”。相对论不说“每一件事物都是相对的，”而说：“事物看上去似乎是相对的，可是不要被这个外貌给愚弄了。”

大多数人都听过相对论的一些观点。例如，如果你的运动速度近于光速，时间与空间会变成具有令人不安的弹性。确实，科幻小说作家把这个构想大加利用，例如把时间慢下来，因此太空人可以外出数世纪之久，可是在回到地球上时，他们比离开时似乎只衰老了数年。但是，诸如时间膨胀之类的效应，无论在什么场合，比起光速不变，都显得是太渺小的结论了。

不变性等于对称性

寻找不变性大都是数学上的命题，而爱因斯坦在做研究时曾经与专精这领域的数学家密切合作。在数学语言中，常常把不变性称为对称性。这些对称性不只限于

我们经常赞美的六角形雪花及蝴蝶的翅翼。说某事物有对称性，是说这某事物在某种变化中不变。例如，圆是完全对称的，因为如果把它绕圆心转，不管怎么转，它都是不变的。正方形的对称性就比较少，因为只有把它转个直角，它才不变。字母 A 在反射时是对称的，因为它的镜像和原来的模样完全相同。

结果是，搜寻对称性成为很有效的工具，可用来发现被表面的不同形象伪装掩盖住的相同之处，并能找出一些更实质化、更具永久性的意义。对称性消弭了"真理中有美"及"美中有真理"的模模糊糊的感觉，提供了令人满意的具体性。许多人赞美的事物中具有对称性，无论是自然的对称性，如蜗牛的壳，或者人为的对称性，如建立了公正的律法，公平的分配方法。这很令人欣慰，因为我们终于知道，在我们基于美感而赞美的事物，以及能导引我们趋向更深刻了解大自然（也许也包括了解人性）的事物之间，有真实而量化的联系。

很久以前，科学家就已知道这个联系。写了对称性经典名著的物理学家魏尔① 说道："我的研究工作尝试把真理与美统一起来，可是如果要我在两者之中选一个的话，我通常都选择美。"

从数学的意义来说，美不只是一张美丽的容颜。美是一种把自然界提供给我们的那些纠缠混乱的事物，浓缩蒸馏出精华的途径。

在某种意义上，人们在脑中打转构想时，等于已引用了对称的观念，以寻找出不变的真理之核心。你从这

① 译注：魏尔（Herman Weyl，1885－1955），德国数学家，为研究数学及物理中的对称性的先锋。

一点、那一点去看问题，你把这问题的内部翻出来，尝试把能令人混淆的外皮剥去，看留下来的是什么。你用每一种你能去观看的方法，去看哪些是不变的。

"去找最基本的结构时，还有什么比用一连串的转换，把次要性质去掉的方法更好的?"纽曼《数学世界》书中，描写对称性的章节里写道：

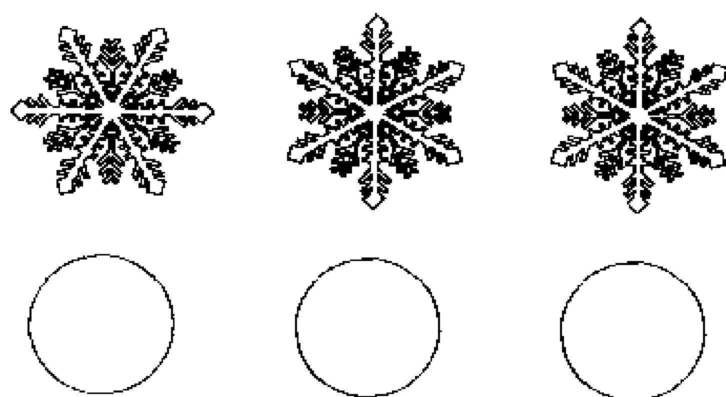
> 那是一种类似考古学家用的方法，把土山清开去找埋没的城市，掘入房屋内去发现饰物、器皿、陶器碎片，掘入通往坟墓的地道去寻石棺、寻绕包住木乃伊的织物。这样，他们就重新建立了没有人看过的社会样貌。同样地，数学家及科学家也创造理论架构，去诠释多彩世界中从未有人见过的结构。
>
> 在一个很有名的观测中，怀德海[①]把这些工作的特性如是写出："去看出那些独特现象里的一般性，那些短暂现象里的恒久性，就是科学思考的目标。"

相对论以对称性去区别一般性与独特性，也就是去区别可广泛应用在每件事物的真理与只适用于局部特例的真理。因此，我们要问，到底什么是对称性？为什么它有这么大的威力去暴露出真理及创造出美来?

一枚雪花可能看上去要比一个球体更具对称性。但是对数学家来说，球体是所有几何形体中最对称的外形。原因是，你能把一个圆球转动变换成另一个圆球的方法，要比你能把一枚雪花转换到另一个方向而不变其形的方法多得多。

---

① 译注：怀德海（Alfred North Whitehead，1861－1947），英国名数学家及哲学家，和罗素齐名。



一个圆要比一枚雪花更具对称性。在图的上面一排，最右边的雪花相对于中间的雪花已被旋转过60度，看起来是一样的。最左边的雪花被旋转了少于(或多于)60度的角度，因此看上去不同。在下面一排图形中，一个圆可以被旋转过任何角度，你仍然看不出什么地方不同。圆具有完美对称性(至少对沿其轴心的转动而言)。

想像一块方糖。使一面先对着你，把它转过1/4转，让另一面对着你，你看不出有什么不同来。你不能区别底或顶面，或者其他面。可是如果你把方糖转个1/8转，使角边对着你，看上去就不同了。但是你却可以把一个圆球用无穷的方法转动，而在转动过后，圆球看上去还是圆球。

如果在你把物件变换后，其形状不变，你就找到了一种对称性。有位化学家朋友说，他有一次用一个游戏在儿童课程中教对称性：一位儿童戴上眼罩，而第二位把一件物体变换一下位置。如果第一位儿童把眼罩取下后，还不能识别这两种位置的不同时，那么他们就找到了另一种对称性。

自然界及人造的许多最美丽的花式，都带有很多对称性。例如地砖或墙砖、装饰用的镶边、雪花及菊花，

都有简单的花样，你可以把它们转来转去，或上下倒置。

维数愈多，通常你就有愈多的对称性；也就是说，三维的物体（如球）的对称性要比二维的物体（如圆）的对称性更多。在高维的空间中，有更多自由活动的空间让物件去转动，而在转动后外观看起来还是一样。

再回到一块方糖。假想把它压扁到二维：一个在桌上的扁方片。现在只有四种方法可以把这个正方形重新放置，而放置好后看上去还是一模一样。球体的变换更为奇异。假想一只非常扁平的餐碟，如果你朝它正面看，它看上去像一个圆；可是如果你把它旋转一下，使边缘朝你，你只会看到一条线。转过不同的角度，你看见的是一系列的胖瘦不等的椭圆形。换句话说，依它对着你的角度是什么，它的形状就不同。

可是在三维空间中，同一形体却有无穷数目的对称性，它能随意旋转一个圆球，它总是显出圆球状。（如果再推想过去，也许你能幻想，一个能吹大到四维空间的球体，会具有更多的对称性！）

奇怪的是，虽然人们被对称性吸引，可是太多的对称性反而变得平淡无奇，一如史都华和戈鲁必斯基（Martin Golubitsky）在他们令人不忍释手的书《令人敬畏的对称性：上帝是几何学家?》中指出的。（顺便一提，他们认为，上帝是几何学家。）

时间上也有对称性

不知怎的，我们总想把圆球那令人乏味的完美对称给破坏掉，以便看出某种模式来。对称性不只限于空间中才有。有些东西在时间上具有对称性。例如，不管你

现在看一块方糖，或者五小时后看，它看上去还是一样的。这就是时间上的对称性。可是当你先穿袜再穿鞋，或反过顺序来穿，就不同了。这就是失称（broken symmetry）。

“如果没有某种对称性存在的话，很难想像自然律的演绎能有多大的进展，”物理学家格罗斯（David Gross）在他的论文《对称性在基本物理中的角色》中写道：“我们有能力在不同地方、不同时间去重复实验，就是基于自然律在时空中的平移不变性。”

时间最神秘的性质之一，就是它在单一的次原子粒子中似乎是对称的，可是当很多的粒子聚集在一起时，就变成不对称了。两个粒子的交互作用，在向前流动的时间中看起来与在向后退的时间中是一样的；可是聚集在一起的粒子（包括人们），只能在时间中向前，不能后退[①]。你总是知道电影是否在倒着放映，因为它描述的事件在时间上是不对称的。可是如果电影倒着放映出两个粒子的交互作用，你无法知道是倒映还是顺着放映。

不同场合、不同尺度或不同形状之间，也能发现相似的对称性。山和鼹鼠丘[②]的形状大略相同，就如星系中呈旋涡运动的星球，及咖啡杯中的漩涡。向日葵及蜗牛壳的几何造型反复出现，因为它们的基因已经编入对称比例的密码：下一排的花瓣或者壳的弯转永远长得与上一瓣或上一弯转成比例，与下一瓣或下一弯转亦然。

还有一种更微妙的对称，来自一门叫做“拓朴学”

---

① 原注：请看第六章《突现的性质：多带来不同》。
② 译注：鼹鼠丘（molehill），是由北美一种掘地道居住在地下的小鼠状动物——鼹鼠（mole），挖了洞后，地面隆起如小山的小丘。

(topology)的数学。这是一种弹性几何学，可以把线条及任何形体都变形，只要不把它撕裂或破开即可。从拓朴学的观点来说，一只咖啡杯与一个甜甜圈是相同的，因为两者都有一个被连续不断裂的表面绕住的洞。如果甜甜圈是一团可塑的泥所制的，你可以把它塑成一只咖啡杯而不必把它的表面撕开。可是你不能把一个球体塑成甜甜圈而不把球体表面撕裂。甜甜圈与咖啡杯共有了球体不具有的对称性。(数学家开玩笑，说拓朴学家是不知道甜甜圈与咖啡杯有何差别的人。)

这些都是对称性，都表达出隐藏在不同表象下的深刻联系。罗斯士坦(Edward Rothstein)说，创造出我们"美感"的，就是同一类的对称性——数学也好，音乐也好。"我们在瞬间感觉到的，就是部分与整体的类比，某一物体与另一物体的类比，这个关系与那个关系的类比。"

甚至于即使你不知道你说的是什么，还是可以去搜索对称性。我指的是代数！代数很美妙！你取一个简单的方程如A加B等于B加A。这个陈述是对称性的，无论你说的苹果或橘子，星系或青蛙。这个陈述是对称性的，因为如果A与B互换位置，结果还是一样，你看不出有任何不同。

有一个这个方程的变化形式，就躺在金律的核心中，这金律告诉我们，你们要人家怎样对待你，就要怎样对待人家。这金律说的其实是，如果待人者与被人对待者交换一下位置，结果应当是相同的。这精神也被编入许多律法之中，成为公平与否的判断依据。例如你把一块蛋糕切成两半和你的朋友共享，而你切出的两半大小完

全相等，拿哪一块就没有什么区别了。换句话说，这结果是对称的[1]。

对称无所不在

可是只从表面去看，有些对称性是很难看出来的，因为，得看你的观点在哪里。例如，坐在地球上，我们看太阳每日从东方朝西方移动。需要极高度的想像力，才能从太阳的观点看出来，地球才是绕着太阳作圆圈转的。这两个观点是对称的，太阳与地球间的相对运动不因你的观点而变，可是依你站在哪里观看，看出的景象就可以不同。

同样，不是很明显可以看出，菲力牛排、球芽甘蓝[2]与人，其实都是碳和水组成的。黑油烟和钻石的组成完全相同（都是碳）也不是很明显。你非要看到它们深深的内部，才能看出底下的联系及相同之处。

有时候，这些内在的对称性在宏观的尺度中也可以反映出来。我们看到的雪花对称图样，是建立在水分子的氢键的性质及强度上——潜藏的分子构造被放大到宏观的尺度。宇宙中的每一个碳原子、每一个水分子都是完全相同的，这观点是另一种思考对称性的方式。如果有物件是不能区别的，那么它们一定具有完美对称性。在这个意义上，对称性和可辨认性有关。就如物理学家莫里森指出的，“某种认知观点下的对称性，在另一种认

① 原注：请看第十章《公平的分配：所罗门的智慧》。
② 译注：菲力牛排（filet mignon）是牛腰部的嫩肉，是最上好的牛排肉。球芽甘蓝（Brussels prouts）是长在一种甘蓝科植物上的球芽，约两英寸大小，外形似小的卷心菜。

第十四章　诺塞与爱因斯坦：真理的不变性

知观点下就不见得是对称的。如果我色盲，我就不能区别一双一边漆了绿色、一边漆了红色的小艇，因而不能区别靠港的一边或靠星的一边①。对我说来，这艇是完全对称的。”（有时，我们把完全相同的东西称为镜像，可是即使是最完美的平面镜的影像也是反过来的——左右对换。这是因为光射向镜子，再反射回来的缘故②。）

可是碳原子是完全无法分辨出哪个是哪个的。如果在你指尖的一个碳原子，过去数世纪中曾在空气中打过转，或者曾经是海底某生物化石的一部分，你无法找出它的历史。不管什么事发生在碳原子身上，它还是同样不变，与宇宙中每一个其他的碳原子完全相同。这个无所不在的原子对称性，来自次原子粒子以及把它们胶结在一起的更深层的对称性。

令人啼笑皆非的是，所有物体中最对称的东西是“无物”（nothing）。的确，物理学家有时把“无物”称为完美对称状态，因为不管你把它这么转换那么转换，这样去看，那样去看，都没有区别。对鱼来说，也许完全静止的水大约可以说是“无物”的类比，因为无法从水知道是哪一个方向。可是如果水结成冰，冰晶体的排列就提供了方向；每一方向不再与另一方向相同了。

有些物理学家认为，在“东西”自“无物”中凝出

① 译注：以前船靠岸时，都是左面靠岸，因此，把船的左侧称为靠港甲板（port）。另一面（右面）朝大海，看见的是星，因此称为靠星甲板（starboard）。

② 译注：有一个有趣的问题：为什么在镜像中，左右对换而上面和下面不对换呢？这是因为从镜子反射出的是我们的正面、上面（下面）的光射去，反射回的光还是在上面（下面）；我们左面（右面）射去的光，反射回左面（右面）；正中央的光，反射回中央。这样一来影像就左右倒置了。数学上说来，是这个转换：$X \to -X$，$Y \to Y$，$Z \to Z$。〔如果要上下倒置，可以把头歪了90度去看。上（头的左或右边）下（头的右或左边）就倒转了。〕

第十四章　诺塞与爱因斯坦：真理的不变性

时，物质就出现了，就如冰块从非结晶状态的水凝结出来一样。因此，他们正用数学去搜寻失称——因为有失称①，才会无中生有，生出我们。

浅谈相对论

爱因斯坦的狭义相对论也牵涉到这些对称观念。在时间和空间的相对性之内，有一个光速的绝对性。如果一道光向你冲来，你跑上前去迎接它，你不会快些迎接到；如果你想要朝反方向逃开，它还是一样快地追到你。这与向前跑去追火车完全不同——在这情形，你只要跑得够快，就可以追上火车。可是你永不能占光的上风。

相对论中的时间及空间的怪异弹性，都来自这个简单的事实：因为速度是距离除以时间（例如每小时60英里），如果速度永远不变，那么时间和空间两者一定都要能伸缩。而科学家测量出来的光速值，一直都是每秒186 000英里（每秒300 000公里）。

狭义相对论还有另一个令人吃惊的对称性，就是E

---

① 译注：这几段文字所说的“无物”就是所谓的真空（vacuum）。从真空的定义来说，真空就是什么都没有——“无物”。可是，不是真的无物；在次原子粒子领域中，真空中有无数对的“虚粒子”（virtual particle）。这些虚粒子是真的粒子，可是因为能量不足，因此不能出现。不过一旦有了充分的能量，就被“创造”出来了。举个例子，高能光子与其他粒子撞击后可以产生一对电子、正电子。这电子—正电子对可以说是给予真空中的虚电子对充分的能量后，才出现的。表面上看来，可以说是无中生有，其实不然。现在物理学家把这个观念扩充到，认为宇宙创世时物质的产生也是来自这种无中生有的方式。通常物质产生时，正粒子和反粒子的数目是一样的（见本章下面的正文）。可是现在发现，K介子（一个夸克与一个反夸克组成的粒子统称介子）在衰变中呈现出非常少的不对称性（稍微的失称），这种不对称性对正粒子有利。可是这个不对称性还不能解释为什么宇宙中只有正粒子而无反粒子。科学家也不知道这些很小的不对称性的来源是什么。似乎在寻找创世时的不对称性方面，还有许多的未知有待发现。目前的情况可以说是只知其有，而连其大概都不知道。

（能量）等于 M（质量）乘 C（光速）平方这个公式。这公式说，能量与物质的底子都是同一东西，可以任意从一形态转变成另一形态。例如，太阳的核反应每日以辐射能的形式吐出好几艘大洋邮轮重的质量。这就是植物从太阳处吸收到的能量，这能量供应了你我及其他的物体。

格罗斯指出在爱因斯坦 1905 年的论文中，有一个大跃进就是“把对称性放在第一……这是在心态上的一个极为深远的改变。”

爱因斯坦的广义相对论涵盖了甚至更大的舞台。爱因斯坦注意到，从一个高建筑往下掉，和浮在太空中而被地球的重力拉下一样，而被重力拉下就与在一枚火箭中加速一样。如果太空人在太空船中伸手去拿一颗悬在空中的苹果时，这太空船突然加速起来，这苹果（及这太空人）都会向地板“掉”下去。掉下与受到加速是完全等效的。

这些深深嵌入对称性及不变性之中的恒定性，不声不响地直接联系到所谓的“守恒律”（conservation law）中——很有理由如此，因为它们意味那些自然界的面向在所有条件下是绝对守恒的。例如，能量就是一个守恒量，你可以把它移来移去，把它的形式转变，甚至于把它变成物质（反之亦可），可是它的总量永不改变。

电荷亦然。至少在我们的宇宙中，每一正电荷看上去似乎都有一个对应的负电荷，因此，宇宙中的总电荷量永远都是不变的。你不能单单只创造出正电荷来，或单只创造出负电荷，可是你能把正负电荷分开，去利用它们相互间的吸引力及功率。雷雨把空气分子的电荷分

开，成为一股极有威力的力量。当电流在天上冲撞，把分开的电荷合并时，就变成可以看得见的闪电了。

数学奇才爱弥·诺塞

早年把“对称性、不变性及守恒量之间最关键的联系”结晶成形，留下来给爱因斯坦去发展广义相对论的，是一位叫爱弥·诺塞的德国年轻数学家①。

在成长过程中，爱弥·诺塞和其他女孩子一样，受教导去清理房子、掌厨、跳舞。她在那些堵住女人不许进入科学界的障碍刚打开一隙之际，即时闪身而入。爱弥的父亲是一位很有名的数学家，很支持她，这个支持很有帮助。在早期的参考书中，爱弥被称为马克士（Max，她父亲的名字）的女儿；后来的书改了，说马克士是爱弥的父亲。

因为爱弥·诺塞是女性，大学当局不许她教书。后来，伟大的数学家希伯特竭力协助她在哥丁根大学的哲学学院② 得到一席教职；爱因斯坦也替她写了一封介绍信，可是没有结果。（很显然，哥丁根大学的男士们还没有想出，或者不想知道，具有数学天才与性别无关的不

---

① 译注：诺塞（Emmy Noether，1882－1935），德籍女性数学家，大英百科全书誉她为现代抽象代数中最有创造力的数学家。诺塞于 1907 年在德国埃兰根（Erlangen）大学得数学博士学位。“诺塞定理”为现代粒子物理中应用到的最重要定理之一。德国哥丁根（Gottingen）大学基于性别理由，拒绝聘她为教授。她得到两位当时数学界最顶尖人物希伯特（David Hilbert，1862－1943）及克莱因（Felix Klein，1849－1925）的支持，后来于 1919 年说服基于性别理由反对她的人，正式获聘为哥丁根大学教授。1933 年希特勒上台后迫害犹太人，她迁居美国，在宾州布琳马尔（Bryn Mawr）著名女子大学及普林斯顿高等研究院从事研究。在 1935 年时动手术后染疾，英年早逝。其他事迹见正文。

② 译注：古欧洲把科学看成哲学的一部分，称为自然哲学。

第十四章　诺塞与爱因斯坦：真理的不变性

变性。就如希伯特和他的同僚争论时所说的："我看不出为什么候选人的性别能成为反对聘她为'Privadozent'①的一员的原因。毕竟我们是一座大学，而非公众澡堂。")

尽管有这么多障碍，诺塞还是成为数学领域的重要贡献者。几乎在爱因斯坦一发表广义相对论之后（这理论把重力描述为四维时空中的曲率），数学家纷纷开步去探讨这个有无限魅力的新疆域的性质。广义相对论在当时很粗糙，大家都很陌生，同时它还有一些问题。在所有问题中站在最前面的是：表面上看来，在弯曲的四维空间中，能量是不守恒的——这是一个基础上的缺陷。

诺塞把这个问题解决了，她利用对称性证明了在四维空间中能量是守恒的。可是她绕的路可远了（她没有得到发表论文的许可，是另一位数学家克莱因代为提出的。）诺塞证明的是，守恒律与对称律一样。这是一个巨大的突破，因为物理定律具有对称性，它们在距离及时间的变动中不变，在太空中或在地球上、在大尺度或小尺度中、今日或明日，都不变。

诺塞的风格是，从独特的性质推广到一般性，从暂时性推广到永久性。"她的天才在于她解决的方法是有深度的，而且有广泛的应用性，不只是为了广义相对论，"加州大学物理学家拜尔（Nina Byer，她在研究诺塞对粒子物理的贡献）说："她替所有的物理界解决了这问题。"

爱因斯坦对她的研究成果如此写道："令我惊讶的是，居然有人能从这么一般性的观点来看这些事物。如

① 译注："Privadozent"是德文，没有相应的中文翻译，最接近的是相当于中国的兼任钟点费教授。指的是私人教师，及在学院中不支薪、只拿钟点费的教授。

果哥丁根的卫道人士能从她那里学到一些东西的话，也不会有什么损害。我很肯定地说，她了解她在做什么。”

数学神学

诺塞能扮演这么卓越的角色，实至名归，因为她是那种“能看到大而广阔的一般性真理”的数学家，因此，这个把对称性与基本自然律联系在一起的理念，对她而言是很自然的事。她对计算不感兴趣；事实上，她和这些平凡活动之间隔阂之远，使得有些人称她研究的这类数学为“数学神学”①。

她的数学不是收银机或计算秘法之类的，而是真理与美。在《女性诺贝尔奖得主》一书中，作者麦格莱因(Sharon Bertsch McGrayne)指出，在诺塞最伟大的论文中，“公式、数字、物理例题及计算，都衰退出去。就如她在描述及比较建筑的特性（高、坚固、有用、大小）时，不提到建筑物本身。数字及公式似乎还妨碍了她对数学定律及证明的了解。”

和爱因斯坦一样，诺塞看穿了把看似大不相同的事物联系在一起的隐匿结构。爱因斯坦在一封写给《纽约时报》以纪念诺塞的投书中，赞扬她为一位“创造性的数学天才”，她发现了有“极巨大重要性”的方法。

与她同时代、备受敬重的科学家，在悲痛她的突然谢世时，表现出的情绪是愤慨的，愤慨她那可悲的命运：

---

① 译注：神学不研究世俗的一切事物，只从其宗教经典中研究其教旨。“数学神学”（mathematicstheology）在此指的是以数学进行数学本身的研究，即：为数学而数学。

她已逃出了纳粹的魔掌，已穿透过学院中反女性的障碍，而且手术也明显成功，却突然因感染到某种病毒而去世。她死时只有50余岁，仍在"她数学创造力的尖峰"——1935年一篇纪念她的文章里，魏尔这么说。魏尔似乎也陷入当时普遍的哀叹情绪之中，因为他说她"是这么有活力的典型，坚强而健壮地屹立于地球上，既有某种刚毅的习性，又有生命的坚韧性，使得没有一个人对这样的不幸，有过心理上的准备。"

诺塞对于对称性及自然律的构想，给与了美和真理之间一个最具体的链结。"科学里认为的美，与贝多芬的音乐中的美是同一样东西。"伟大的物理学家维斯可夫这么写道："以前是如雾的事物，而突然之间你看到其间的关联了。它表达出人类对于把事物联系在一起的某种错综关怀。这种对联系的错综关怀一直都深深埋在你身心中，可是从未有人把这些联系放在一起过。"

在今日，诺塞对真理的构想已渗透到物理学中。物理学家非常依赖诺塞定理，虽然他们可能不知道诺塞是谁或者诺塞是女人。按照《星舰奇航的物理》一书作者克劳斯（Lawrence Krauss）的说法，"要了解大自然，也就是，要了解自然律，就和要了解对称性等义。这就是为什么粒子物理学家沉溺于对称性的原因。在最基础的阶层，对称性非但描述这个宇宙，它们还决定哪些是可能的，换句话说，决定什么叫做物理。"

带动高能物理大跃进

对于对称性的搜索，已把我们引领到许多重要的发

第十四章　诺塞与爱因斯坦：真理的不变性

现，例如发现质子及中子还含有叫做夸克的更基础组成。从对称性中发现夸克，远在任何人想到要在高能加速器产生的粒子撞击碎片中去寻找之前。找到这个对称性后，物理学家葛尔曼[①] 就能算出哪些是守恒量。这个拼图工作，仍旧是数十来个跨国研究群的研究题目。这很像元素周期表的发现（原子很有秩序的归属于不同家族中，同族元素都有很类似的性质），一旦某一族的模式清楚了，就很容易可以猜出哪个族员不在（如果有的话），就如拼图接近完成时，很容易可以看出哪一图块还欠缺。

对称性也带出反物质的发现。这类奇怪的物体是在20世纪30年代，以负的符号首次现身于方程中。当时，物理学家狄拉克[②] 把狭义相对论与量子力学以数学方法合并在一起后，这个婚姻产生出一对对称的孪方程，一个有正号，另一个有负号，互为镜像。

反物质是否真的存在？加州理工学院的安德森[③] 在狄拉克作了预测后不久，发现它们能存在，而且真的存在。观测从太空来的粒子（宇宙线）在特殊相片中出现的径迹，安德森发现了类似电子的粒子，它的径迹在磁场中被弯曲的方向与电子的径迹是相反的。它是反电子，或称正电子。在1949年稍晚，费曼[④] 也从数学观点证实了，当反粒子朝倒退的时间方向移动时，反粒子与粒子

---

① 译注：葛尔曼（Murray Gell－Mann，1929－），美国物理学家，在研究及发现基本粒子的分类及交互作用方面，有极多的贡献。1969年获得诺贝尔物理奖。

② 译注：狄拉克（P. A. M. Dirac，1902－1984），英国理论物理学家，展现原子理论的新而有效的形式，创立相对论性量子力学，1933年获得诺贝尔物理奖。

③ 译注：安德森（Carl David Anderson，1905－1991），美国原子物理学家，预测正电子（positron）的存在，1936年诺贝尔物理奖得主。

④ 译注：费曼（Richard P. Feynman，1918－1988），美国物理学家，以费曼图及路径积分法诠释量子电动力学。1965年诺贝尔物理奖得主。

并无不同。

在今日，反质子及正电子已变成粒子物理及医学中的日常应用工具。正电子放射断层（PET，positron-emission tomography）扫描，便是利用正电子去观测你脑中活动的情况，或诊断脑瘤等。

当然，在一个具有完美对称性的宇宙中，我们早该知道有反物质，而且到处都有。可是我们偏偏就是没注意到它们，这是因为宇宙中的物质总量也是一个守恒量。当你把能量转换成物质时，一定会得到等量的粒子及反粒子。而当粒子与反粒子相遇时，它们互相湮灭，爆成纯能量。

因此，这个棘手的问题就出现了：如果宇宙是由突爆的能量创生的，那么所有的反粒子到哪里去了？它们一定曾待过这里，因为物理定律是对称的。而如果反物质的数量和物质的数量完全相等，那么每一片物质都会与每一片反物质互相湮灭成为无物。很明显，这过程并未发生过，才会有物质留下，演化出恒星、星系、行星，以及我们。

物理学家以研究对称性来回答这个问题：为什么宇宙容有万物而不是空无一物？现代粒子物理处理的问题大都是基于"群论"（group theory）的数学观念——群是一个物件的各种转换的总集，这物件在这些转换中都不变。在某些物理领域的角落中，已有很好的证据证实大自然不是如人们想像中的那样对称，有些次原子粒子的行为是非对称性的①。新创生的宇宙一定失去了完美对称

① 译注：首先发现失称的是李政道和杨振宁。他们于1956年发现在弱作用中的左右不对称。两人因此得到隔年的诺贝尔物理奖。

性。许多高能物理及宇宙学研究，都把重点放在找出完美对称性如何消失。

弦　论

近来科学界对弦论的兴趣极为高亢，弦论的内在就是对称性。普林斯顿高等研究院的物理学家认为，弦论应当是21世纪的物理，可是由于机缘而错降在20世纪①。

弦论不把微小的点状粒子视为大自然的基本构件，而是代之以小到不可想像的振动中的弦。它们不是由麻织成的弦线，而是未知的最基本材料——甚至是比空间和时间还基本的材料。这些弦非但在寻常的三维空间及时间中振动，还在六个卷得太小而看不见的维中振动。这些振

---

① 译注：弦论（string theory）创于19世纪。基本上说来，中学几何说点构成线，线构成面，面构成体。点没有维，是最简单的。欧氏几何以点为最原始体。线有一维，在古典弦论中，不以点而以线为基本原始体。弦论于20世纪70年代开始应用于粒子物理中。自牛顿以来，一直到现代的量子力学，物理学都假定所有的基本粒子如电子及夸克（质子及中子不是最基本的粒子，因为它们由夸克组成）为无结构、零维的点状粒子。无结构的意义是，一直到我们能力能及，都看不出有任何的结构，如电子的古典半径（假定电子为静电聚集在一起的电球，则电球的半径就是古典半径）约为10^{-12}厘米，可是一直到10^{-16}厘米大小时还看不出电子有什么结构。中子及质子则不然，其大小约为10^{-14}厘米，为夸克所组成。20世纪70年代的物理学家认为这些点状的结构太简单了，如果要再进一步，就得引用一维的构造（弦论），因此，最基本的粒子应当不呈点状而呈一维的弦状，长短约为蒲郎克长度10^{-33}厘米，因此粒子物理就要牵涉到弦论。由于弦有一维，可以振动，不同的弦可以有不同的基谐振动模式（fundamental mode of vibration）。每一不同的基谐振动模式可以用来代表一种基本粒子，基谐振动的频率就是这粒子的质量。这就等于能把所有的粒子物理都统一起来；物理学家隐隐约约看到，它可能就是爱因斯坦终生追求而不可得的统一场论（Unified Field Theory）。可是弦的观念在数学及物理学里困难重重，因为应用到粒子物理上的弦论牵涉到10维空间（另一种观点牵涉到26维，可是一般的意见是，10维空间的弦论较适于目前已知的粒子物理）。不过，到现在还是徒知其模糊轮廓，而无能力去做计算。维敦（Edward Witten，1951－，现代最杰出的数学家及粒子物理学家之一）因此称它为不幸降落在20世纪的21世纪物理。

动的谐波(harmonic)产生出每一件存在的事物,因此,有些人把弦论称为“万有理论”(theory of everything)。

弦论对物理学家的巨大诱惑力来自这个事实:在10维空间中振动的弦有数量极巨的对称性,它们能以无数的方式转换(转换成重力、菊花、恒星、神经元、放射性原子),可是在实质上仍然不变。

数年前,从弦论生出一个M理论——狂热拥护这理论的人把M称为“魔术(Magic)理论”、“神秘(Mystery)理论”或“母(Mother)理论”。M理论要比弦论更具有对称性,因为它多加入了一维,变成11维。甚至有人还谈起F理论,这理论需要一个第12维。格罗斯写道,今日,对称性已是尖端物理的纲领,“当我们在搜寻新而更基础的自然律时,应当去搜寻崭新的对称性。”

失　称

当然,不必走到弦论这异域里,也能瞧出对称性如何一再成为大自然的中心主题。蜗牛的壳成长时,遵守完美比例的对称性;有时这种比例就称为黄金均值[①]。从

① 译注:自然界中有许多这样的现象。蜗牛成长时,其壳太小时,壳就成长,长后的壳的形状不变,可是依比例变大。最令人感到美感的是一种叫做鹦鹉螺(nautilus)的海贝的壳。把这贝壳锯成一半,壳的形状几乎是完美的对数曲线,其中每一穴的大小都成对数比例,看上去像是人工精心画出的曲线。原因就是体重的成长约为对数式的,因此壳也按对数成长,成长的方式是把壳按体型大小依比例放大。从基因方面来说,依比例成长是最简单的,因为所需的资讯最少(只要一套“样板”)。如果不按比例,基因就要供应更多的资讯。

黄金均值(golden mean)又称为黄金分割(golden section)。定义如下:取一长方形,两边长各为A及B(B为长边)。如果能使A对B的比率(A/B)相等于B对A+B的比率〔B/(A+B)〕,这样的长方形最具美感(在这样的分割中,B比A约为1.6:1)。这是古典绘画中的金律,因此称为黄金分割或黄金均值。把黄金均值写成微分方程的式子,B以A的大小开始按黄金均值成长,其结果就是对数函数。

由鼠到大灰熊等的脊椎动物都有一支背脊骨，侧面长出成排对称的肋骨；每个眼睛有一镜像的伴侣，每只五趾的脚及手亦然。

可是，如史都华指出的，完美对称可能看不见，似乎躲在生物模式及宇宙后面的是破碎了的对称性。从老虎尾巴到玫瑰花瓣，都是失去完美对称后的成果—— 失去一点就够让我们看到一个模式，不必完全失称。“大自然的秘密是对称性，”格罗斯写道：“可是世界上大部分的组织结构都来自失称。”

我们自己就是失称的上好例子。一个婴孩的生命始于一个受精卵，那几乎完全呈对称。从相同的这个东西发展出眼睛、骨骼、脑、心脏、心灵及音乐。问题是，如果自然律大都是对称性的，那么这些失称来自何处?

这就是目前科学领域中最刺激的问题之一，也是许多书的主题①。可是如果要尝一下这个问题的滋味的话，我举这个例子：拿一堆绝对类似的水滴、或者神经元、或者恒星。请问，从这些完全相同的东西中，你怎样得到雪花、思想及星系？这些简单而相似的东西怎么能产生出这些模式及复杂性？归根究底，都是由于非常复杂巧妙的失称。

“这就是这个宇宙如何自简单的事物引出复杂性的方式，”巴洛在他的书《这个机巧的宇宙》（*The Artful Universe*）中这么写道：“这就是为什么我们能空谈如何能找到万有理论，可是却无法了解一片雪花。”

这也是许多许多的物理学家认为“万有理论”的观

---

① 原注：我个人最喜欢的是寇恩（Jack Cohen）及史都华（Ian Stewart）写的《混沌之瓦解》。

性（handedness)。它们像小型的螺旋梯般扭弯——这是一种在第三维空间的失称。左旋及右旋① 的螺旋线不能像镜像一样“翻过去”，完全对应排齐，就如没有任何弯扭的方法可以把右手伸入左手手套一样。

生命多是右旋的

可是，基因及蛋白质的螺旋大致只向“右”方卷过去。这个右旋方向的偏倚非常令人惊奇，因为非生物体如晶体，左旋及右旋约为各半。上天赋予生命的不对称性，导致一个关于生命起源的惊异臆测：如果生命在世界许多地方都同时现身，那么我们就应当期望这些早期分子的左旋或右旋，数目应当相等，就如矽及氧原子在石英晶体中，左旋右旋参半一样。可是如果生命来自某一稀奇事件的发生，那么这个单一分子就会把它的右旋性传递下来，成为未来所有生物的共同遗产。换句话说，这么多右旋的生物分子，可能暗指地球上所有的生物都来自单一的分子或一群分子（这个分子或这群分子是率先学会如何从环境中取得复制自己的材料的分子)。我们可能都来自同一祖先。

如物理学家费曼提出的，“所有生物的分子共享同一种旋向性，这事实可能就是最深刻的确证，展示了古老生命的统一性一直可推溯到分子阶层。”

即使如此，这个失称是怎样在最初发生的，仍旧是

① 译注：以左手（或右手）拇指朝上，其他四根手指弯卷；以拇指为旋转轴，四根手指为旋转的方向，则左手的旋转方向和右手的旋转方向相反。左手示出的称为左旋，右手示出的称为右旋。

有趣的谜题。

物理学家费贺（Elsa Feher）肇创了一个很美妙的对称性展览。目前正在美国各科学博物馆巡回展出中，为期二年。这个展览既有广度又有深度，有各种方式让人们在语言、音乐、时间、二维与三维的空间，以及在天然物品及人造器具的展示中，把玩对称性。其中有一个展示与螺旋对称性有关。这螺旋绕着一个中心点转到第三维空间去，此即生命分子的对称性。在这个展示中，费贺提出这个问题：为什么所有的DNA螺旋都是右旋的？费贺也臆测到了生命起源与失称之间的关联。

有一天，费贺信步走到展览馆里，想瞧一瞧民众有何反应。她在一位男士旁边停下，那位男士正在把玩右旋及左旋的螺旋，一面读着标牌上的介绍文字。男士转身向她说（他以为她是另一位参观者）：“想像一下这个！你知不知道若是能理解这个第三维空间的对称性，就可以做出关于生命起源的假设！”

这就令我想起亚当和夏娃，这些第一批的分子，及地球上生命的开端。我认为，“上帝把知识送交我们几何学家，作为惩罚”的这个说法，似乎很不可能①；更可能的是，她送来一个如滚雪球般、饶富趣味的失称——以男女之别为开始。

移动中的参考座标系

什么是真实、真正的真理？对于像我这样的物理学

① 译注：典故出自基督教旧约圣经的《创世纪》。

家，这是很无趣的问题，因为它不会有实质结果。对于任何量度，弯曲时空及平坦时空两者的预测完全相同。

——加州理工学院物理学家梭恩（Kip Thorne）

坐在父母肩上看游行的孩童，都知道改变观点的威力。这个在第三维短短不过六尺的攀登，便使得簇新的景像在你面前铺开，而才一瞬间之前还看不见的领域，突然就变得很清楚了。

当阿波罗登陆月球计划的第一批相片从月球传回，显示地球是一个孤悬在无尽太空中的水世界时，所有的人都受到了观点大跃进的款待。突然间，我们在太阳系中的地位不可逆地被更改了，即使没有"新"事实摆在我们面前，也没有任何一件事物改变，唯一改变的只是我们的观点。

爱因斯坦的相对论同样建构在"移动中的参考座标系"这个构想的根基上。以参考座标系的眼镜去看他的理论，让不变性站在头顶上，就不会再去注意哪些是相同的，而是专注到哪些看上去并不同；最重要的是，一些极不相同的观点如何同时都是正确的？

的确，移动中的参考座标系以及"极不相同的观点都是正确的"这个深奥的想法，就是爱因斯坦的狭义相对论（空间、时间、能量及物质的弹性）与广义相对论（时空的曲率）的基础。

这个正确观点的多元性，并不暗示要回到"每件事都是相对的"这一派的相对论。不变性的真理仍然存在，可是外貌就如影子一样善于变动。

事实上，影子是探测移动中的参考座标系的好方法，因为它们把实体以不同的角度切出一片下来，让我们看到的是歪扭的影像。如果在夏日傍晚你走上法院大楼的台阶，你的影子跟过来，可是不完全等于你。因为，它只是二维的切片——也许是你的侧影（只有鼻子，没有臂膀），或者是正面的轮廓（有两只臂膀，没鼻子）。最戏剧化的是影子在台阶上以古怪的角度跳动，把它沿着台阶的外形折叠着，以锯齿形状挤上台阶。

换句话说，你的影子反映的是一薄片的你，这薄片被照向你的光及光落到的背景所改变了。这个投射出影子的三维物体——你，在这些转换中并不改变。可是你的二维投影却蜕变成一个几乎认不出的形态。（这个实验也提供了另一个好例子，说明在高维空间中对称性如何增加。影子可以看成三维物体在二维的投影。在三维空间中这个物体不变，可是物体本身的对称性在二维空间中就失去了。）

许多这类因素影响到我们能看到的及能去量度的每一事物。生命的薄片可以来自任何维度，可以是大的或是小的，瞬间无常的或持久的。它们能在成角度的、平坦的、或者扭曲的背景上画出来。我们选择去照亮的，及如何去照亮的那一部分，能造成所有在外观上的区别。

而所有这些显示出来的就是，任何单一观点内在的限制及失真——这要比纯哲学的讨论多得多。

观点不同，景观自不同

如果你是在移动，那么你眼中固着在地上的物件，看起来一定和你不动时有所不同。观点是可以量化的，

这些观点就叫做参考座标系，它们把一个框架罩在一堆一起行动的点或物件上。一个特殊的参考座标系可定义一个特殊的世界，在这世界内，所有的物体一起齐步行动，用同一个钟来报时，受同一类的力来管制。通常我们都认为参考座标系为理所当然之事，我们认为它是“实境”。我们很少停下来想一下，在亲爱的老地球上每日所用的参考座标系正带着我们以令人屏息的速度（约每秒 1000 英里）在太空中闯荡。

一点不奇怪，把我们看东西的方式改变一下，我们看到的景色就有戏剧性的转变。在汽车的运动座标系中，那树木及建筑物的实景似乎就像好莱坞电影的画面一溜而过。我们知道，站在建筑物前面的人会看到我们的车以高速一闪而过。我们接受这些互相矛盾的实境，把它们当作都是真真实实的，每一个都有自己的参考座标系。

可是令人奇怪的是，人们经常否认参考座标系具有可以改变实境的威力。举个例子，一个人坐在时速 500 英里的飞机中，抛转一枚硬币。他看着它沿着同一条垂直线向上、再掉下来。可是，对一个飘坐在云端的人来说，这枚硬币的运动就完全不同了。这硬币循着一道极长极优雅的抛物线，就如喷泉斜方向喷出的水柱一样，在向上时，向前动，在向下时，也向前动。

在 747 客机中不耐烦地抛转这硬币的人（也许在等待空中小姐把苏格兰威士忌餐前酒送来），不会看到这道抛物线，因为坐在飞机上旅行的人不会认为他们以每小时 500 英里的时速在飞行；虽然向窗外看就会有与这个认知相反的证据。乘客认为他们是在静止中，他们用这个座标系来看待窗外的景致。

而这就是问题所在。如果真要去了解你看到的与真正发生的事物之间的关系，你需要加入（或减除）你自己的参考座标系的影响。然而，大多数人并不知道他们带了一个参考座标系一起上路。

想像一下那些绘出行星在天上的运动轨迹的早期天文学家。火星与其他行星家族在天上遗留下巴洛克卷体字形式的轨迹①，就如喝醉了的机师驾着小飞机在天空中飞出七歪八扭的航迹一样。这些圈中圈，或称为本轮②，是对这些行星与地球的相对运动的正确描述，也是有用的描述。它们对古代人帮助不小，因为可以用来作种种的天文预测，包括日食及月食等。

古人唯一思虑不及的，就是他们自己的参考座标系。他们假定（就如747客机中的乘客一样），他们是在静止中。因此，他们移动参考座标系，去把地球的运动包括在内，把太阳放在中心，终于把这些复杂的本轮变成平平稳稳、行为良好的椭圆。

搞错场景，会闹笑话的

如果基于立足点的不同，某个观点与另一个观点本质上都没错，那么你也许要问，为什么大家要把哥白尼

---

① 译注：巴洛克（Baroque，名字来自一位首创此派的意大利艺术家Barocci）是17世纪的艺术风格形态，尚矫饰，做作及夸大。当时流行的写字体是矫饰及夸大的花体、卷体字形。

② 译注：因为地球绕日转，如果某行星及地球正好在某相对位置，从地球上看行星在天上的路迹有时会走出英文书写体的 e 字形，即走到某点，回头逆行，于绕一小圈子后再向原来的方向走去。天文学上称这种运动为逆行（retrograde motion）。早期天文学家用本轮（epicycle）来解释这个现象，可是这些本轮的出现很不规则，有大有小。本轮这字来自一种数学的曲线"圆外旋转线"（epicycloid），即一大圆边上有一个小的圆在滚动时画出来的曲线。

的发现认为是智慧上的大跃进？哥白尼只是把太阳系重新安排一下，让太阳居中①。为什么我们就把地心体系（以地球为中心的体系）称为"落后"的，而把日心体系（heliocentric system，以太阳为中心的体系）称为"先进"的？严格说来，日心观点和地心观点两者既不是完全对、也不是完全错——只要你不忘记自己的参考座标系，知道如何把一个体系转换到另一个体系去。

可是，哥白尼的日心观点是较可取的，因为本轮非常复杂，会把重力与行星运动之间的深奥关系湮没。就如阿波罗太空船从月球传回的相片一样，我们看到，这个以太阳为中心的太阳系并不真正改变任何"事实"，可是把观点改变了一些，就可以让那些本来糊涂一团的关系变得清清楚楚。特别是，日心体系能让牛顿看出物体与运动之间的关系，因而使他把行星、月球的轨道与地球上掉落的苹果联想在一起。

如果不把参考座标系考虑进去，会很容易闹笑话。幽默家白利（Dave Barry）在最近一篇专栏文章中，回忆1994年7月3日发生的奇事。一位7岁大、叫托斯特温克的小孩"从孩童的三轮车摔下，撞了头，晕了过去。当他苏醒后，他居然向父母脱口说出极流利的德文……这并不令他们奇怪，因为他们是德国人，而这事发生在德国。"

很多时候，人们争执什么是对的，什么是错的，可是真正的关键常在于彼此的参考座标系不同。这年头说

---

① 原注：要特别指出，哥白尼的新太阳系统仍然有一些瑕疵。例如，虽然哥白尼愿意把太阳放在中心，他仍坚持行星轨道一定是完美的圆（其实它们的轨道是椭圆）。

地球是平的，当然会被大家认为是错的。当然是错的！每个人都看过阿波罗太空船拍的地球照片。而早在古希腊时代，人们已经从地球投射在月亮上的影子，从船在地平消失的方式（船身先消失，然后桅杆），推断出地球的曲率。

可是事实是，从所有实用的观点来看，从人们居住的地方的尺度来看，地球是平的。这是因为我们通常在一日之内行过的距离不够大到能发现这曲率。曲率是非常长距离的东西。

事实上，如果你只取很小的一片，任何曲面都能变成几乎是平面。认为地球是平的人并不是笨人，而是他们不太出门。单单是把你的参考座标系吹胀大或把它缩小，就能有极大的后果①：在一个框架中是圆的，在另一个内则是平的。

这个“参考座标系”的构想还可以应用在许多观念上——我们认为这些观念是理所当然的，因为我们忘记它们的存在了。以空间的观念为例，我们认为空间是平直的，或者没有特色、空无一物，就如一张白纸，平直的空间是宇宙用来“发生一切”的舞台。可是在爱因斯坦的弯曲时空及次原子的量子力学真空之间，我们对于“无物”的观点完全改变了。时空有形状及能量，它会演化，它有过去也有未来；次原子的真空是活的，充满了自发的“虚粒子”，成对的物质与反物质会从真空里跳出来，然后立刻就溶回真空中完全不见。

换句话说，在形成台前的景色时，这个背景扮演了

---

① 原注：请看第五章《尺度的问题》。

角色——就如影子落在一个七歪八扭的背景上时，它的形状就改变。每一个看过地图的人都知道，大陆块的形状随着你看的是地球仪上的，或二维平面上的投影而有所不同。参考座标系把图像改变了。

曲面的威力

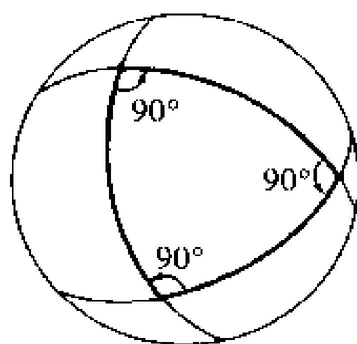
在爱因斯坦和量子力学来临前，我们不必把注意力放在这舞台的形状和运作上，局面似乎要简单些　在那个单纯的时代，几何存在于无形态的空间，这空间就像教师背后的黑板，在那儿平行线绝想不到要相交，三角形的三个角加起来总是180°。欧氏几何把世界分割成整整齐齐的三角形、圆及平行线，数千年以来没有变过。

纽曼把非欧氏几何的发展称为19世纪最令人兴奋的数学大跃进。有2000年之久，欧氏几何占据了绝对权威的地位。人们假定欧几里得列出的空间几何规则，就如乘法表一样神圣不可侵犯。就如数学家喜欢说的，空间服从欧儿里得，而欧几里得也服从空间。

从某一点来看，令人感到奇怪的是，居然没人早些注意到弯曲空间的几何。我们毕竟住在曲面的地球上，任何航海家都知道在赤道附近平行的经度，会在南北极相交。而如梭恩指出的，沿“平行”路径下落的两个球，会在地球的中心相交（如果它们能掉进地心的话。）

我们对于黑板能弯曲的构想一定感到很不习惯。有一个古老的谜题可以确证这一点：假定你站在地球上，你向正南方向走一英里，然后再向正东方向走一英里，然后再向正北方向走一英里，结果你发现你回到出发的

原点。请问熊的毛色是什么？答案是白色，因为你站在北极。



熊的毛色是什么？在地球曲面上，三个直角如何可以形成一个三角形。

这就是曲面的威力。它可以使平行线相交，可以有不可能角度的三角形。而非但二维曲面（例如地表）可弯曲成三维曲面（例如太空），按照广义相对论，三维空间与第四维的时间配合之后，可形成四维时空。

在现在这年头，说时空本身在重物存在时会弯曲（如圣诞老人坐上去的水床），很易被人们接受。它已经一次又一次被测试过，每次都顺利通过。（还有更多的测试正在进行中。）

可是整个宇宙呢？时空是否有一个总体的形状？如果它是弯曲的，是否会像一颗球那样卷过来，还是像马鞍一样地向后弯翘？

在舒适平直的欧氏几何中，你能假定100万光年以外的空间就如你隔邻的空间一样；150亿年前的空间和150亿年以后的空间也会一样。可是，空间有形状的意思是说，不再能有任何的确定性，去述说每一个地方在每一

时刻能发生些什么事。空间更少有清清楚楚的路标，标明如“80几兆亿瓦的恒星。地球离此地4000万光年。”

要想像出时空的形状，需要无比的才智。时空是否永远延伸？如果不，在它的边缘外面是什么？这两者的答案都不是美味可口的。

去处理这问题的一个不太规矩的方法，就是改变你的参考座标系。想像一下我们的四维时空是一个气球的表面。那么它就有一个有限大的表面积，可是仍旧没有边缘。这观点是否正确或有用，只有时间或空间才知道。

令人奇怪的是，在爱因斯坦的宇宙中，一个人自己的“时间”及“空间”都被称为“适当”的①，以便与其他任何人的观点有别。（不用说，在无数的社交场合及政治场合中，我们总认为自己的参考座标系是“适当”的，因为感到奇怪：为什么其他人的似乎都是扭曲的？例如，许多关于“肯定措施”② 的争执，都绕着如何去定出一个从各方观点都持平的政策而团团转。）

以温度为例，凯氏温标（Kelvin scale）自绝对零度开始——那是想像得到最冷的温度，约为华氏温标 -460度。摄氏则把零度放在水的冰点（华氏32度）。所谓的高温超导体能在这样“暖”的温度，如凯氏130度，毫无电阻地导电，而这温度约为华氏零下数百度。那就像这个

---

① 译注：英文原文用“proper”，适当、恰当之意。从字面上看来，有点带了自我中心的“我的才是适当”的意义，可是爱因斯坦用这字的原因不是为了自我中心，而是因为自己的参考座标系中的许多量，在相对论中都是不变的，如质量、时间、长度等。但这几个量的英文之前若加了“proper”，中文的译文就稍不同，“proper mass”译为静质量，“proper length”译为静长度，“proper time”译为原时。

② 译注：肯定措施（affirmative action）是美国自20世纪60年代开始的一个政策，给黑人在受教育（上大学）、工作及其他方面优先，以提高黑人经济水准及教育水准。后来饱受批评，认为是逆歧视（对非黑人的歧视），最近这政策正要被取消。

老笑话：如果你是一棵树，40岁一点也不老。

时间的参考座标系在认知上，也会搞出极有威力的恶作剧：认为宇宙很“年轻”的天文学家争论说，宇宙的年龄在80亿到120亿年间；最“邻近”的星系是在400万光年之外。地质学家说我们脚下的地像液体一样流动，虽然它们是很坚固的岩石；而山或大洲是否会“移动”，完全看你的时间座标而定。此外，你必须长期观测后，才能发现行星绕日的轨道是椭圆的；但是在瞬间，可没有轨道这种东西。

重点是：东西在某些时间座标系中存在，而在其他座标系就不见了。

我们做出来的世界

冷及热、老与年轻的分别，就如背景和无物一样，如果没有适当的参考座标系，完全无意义。不知道来龙去脉，量度就没有意义。人们发明、再次发明如零、虚无，就如他们发明“虚数”一样①，这些虚数在“从电路到四维时空之间的每一事物”都派得上用场。再也没有哪个东西是“天赋”的，就如没有一个无形状的空间，或者量度时间的“秒”一样。（或者如法兰克·欧本海默经常说的，当人们警告他要去接受“真实世界”的限制时，他的回答是：“这不是真实的世界，这是我们做出来的世界。”）

要去比较人的品质时，几乎一直会被这个问题搞得

① 译注：虚数的英文是“imaginary number”，直译是想像出来的数。

糊里糊涂：缺少大家都同意的量度仪器或方法及始点[1]。如果要讨论智力或产值，而没有度量衡的共识，就会毫无结果，那就像说温度是30度，却不言明温标是凯氏、摄氏或华氏一样。

移动了参考座标系之后，最能激起好奇心的后果之一，就是从简单到复杂的转变。引起注意的简单事物，常常是从极为复杂的东西中流出的，反之亦然。许多简单的东西（恒星、水滴、神经元）加起来就成为很复杂的星系、云、心灵。当你变动你观看的尺度时，它们的性质就完全改变了。

当你的视野增加时，复杂的事物也能获得优雅的简单性。一整族恒星、行星、星系，每个都有不同的构造及成分，却都塑成圆球或似圆球的形态。血管、树、河流的分叉分枝，相似性令人惊奇。还有，同样的简单图案一次又一次重复出现，从看似没有规则的混沌中成长出来。木星平静的红斑，数世纪以来都出现在这行星的腰部之下，它是由一个狂热得不可想像的风暴产生出来的。遗传模式，如你父亲的鼻子，在这么多的排列组合中还是可以辨认出来。

这些模式如此强韧的原因是因为在不同的参考座标系中，有不同的自然律在主宰，因而产生不同的行为表现[2]。例如，量子力学仅在次原子领域中行事。在我打字的这张桌子的深深内部里，原子在机率的不确定性中嗡嗡地冲来冲去，在瞬间中，既不在此处也不在那里；大部分的桌子都是空的空间。可是在这里，在人类的参

① 原注：请看第四章《量度男人，女人、及事物》。
② 原注：请看第五章《尺度的问题》。

第十四章　诺塞与爱因斯坦：真理的不变性

考座标系中，没有一丝一毫的蛛丝马迹显示有这等事发生。这桌子坚固屹立着，纹丝不动。

一座大楼从外观看起来是很简单的，直到你去看一下大楼里的电路及管路。风景看上去是很复杂的，直到你从飞机往下看，看到那些重复出现的河流、山坡及树。“自然律不是永恒而抽象的真理。”史都华这么写道：“它们是在某种经过选择的场景中盛行的模式。”

深邃的真理，反面还是真理

最近，我和一位物理学家朋友讨论他正在研究的一个问题：玻璃的本质。玻璃是很奇特的东西，你可以把它称为固体化的液体。我向他说，这似乎是一个很复杂的问题。他的回答是：“它可能看上去很复杂，因为我们不知道答案。如果我们知道答案，它也许是很简单的。”

这个移动中的参考座标系的构想，给自然界的二元性增添了适用性①。如法兰克·欧本海默经常说的，与真理对立的并不见得是异端邪说。它可能是一种不同的真理，加了一些不同的洞察及见识在里面——只要看的人了解他站在哪个参考座标，或者了解她所戴的眼镜的威

① 译注：二元性（dualism）是西方神学中的重要原则之一。哲学上的二元论是，有两种最基本不可再归纳的原则，可以相反，也可以相辅，如心（思想）同身是相辅的，也可以相反的，如善及恶。宗教中，二元性最早的起源是在埃及，有善神及恶神。后来到了基督教中，就变成绝对的相反二元：上帝与魔鬼 Satan。到了后来，在西方，任何二元都变成只有善与恶的两面对立。量子力学出现以后，发现在原子的领域中，所有粒子既有波的性质、又有粒子的性质（物理学上称为二相性），一时造成很大的问题。量子始祖波耳（Niels Bohr，1885－1962，丹麦物理学家，1922年诺贝尔物理奖得主）甚至于还发明出一个相辅原理（complimentary principle）以解说二相性。现在这种肤浅的二元论已在没落中。在中国并无二元性这种思想的“包袱”。

力。

科学之所以有用，史都华写道："正是因为不同的观点能映照出世界的不同形貌。"

物理学家维斯可夫经常讲一个故事：两位有名的物理学家在海滩上散步，一位向另一位说起空间的数学结构，另一位这么回答："空间是蓝的，其中有鸟在飞。"

这故事的重点是：这两种观点都需要。或者如一段老生常谈的话，相传是莫里（Christopher Morley）或波耳说的："浅显的真理，反面是虚假；深邃的真理，反面还是真理。"